

FP-Versuch K123

β -Spektrometer

Jan Hartmann Tobias Seifen

25. September 2006

In diesem Versuch soll die β -Spektroskopie kennengelernt werden. Dazu wird ein doppeltfokussierendes Spektrometer mittels Konversionslinien im ^{137}Cs -Zerfall geeicht, und dann zur Aufnahme der β -Spektren von ^{204}Tl und ^{22}Na benutzt. Abschließend wird die maximale Energie der emittierten Teilchen bestimmt.

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Beta-Zerfall	3
1.2	Beta-Spektrum	3
1.3	Innere Konversion	5
1.4	Auger-Effekt	5
1.5	Spektrometer	5
1.5.1	Halbkreispektrometer	6
1.5.2	Doppeltfokussierendes Spektrometer	6
2	Durchführung und Auswertung	8
2.1	Bestimmung der Offsetspannung der Hallsonde	8
2.2	Eichung des Spektrometers	8
2.3	Bestimmung des Auflösungsvermögens des Spektrometers	10
2.4	Aufnahme der Spektren und Kurie-Plots	10
3	Fazit	11
A	Tabellen	12
B	Abbildungen	19
	Literaturverzeichnis	24

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Beta-Zerfall

Umwandlung der Proton- und Neutronenzahl, $Z \leftrightarrow N$, $A = \text{const}$

- β^- -Zerfall: $(A, Z) \longrightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$
 $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
- β^+ -Zerfall: $(A, Z) \longrightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e$
 $p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e$
- Elektroneneinfang (EC): $(A, Z) + e^- \longrightarrow (A, Z - 1) + \nu_e$

Dieser Fall ist nur für schwere Kerne von Bedeutung, da hier die 1s-Elektronen (K-Schale) eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Kern haben, da ihre Orts-Wellenfunktion eine Überlappung mit dem Kernradius besitzt.

1.2 Beta-Spektrum

Beim β^+ - bzw. β^- -Zerfall handelt es sich um ein Drei-Körper-Problem. Anders als beim α -Zerfall (oder bei den EC-Neutrinos) ist also nicht mit Strahlung mit diskreter Energie, sondern mit einem kontinuierlichen Energie-Spektrum zu rechnen. Dieses lässt sich quantenmechanisch berechnen:

Ausgangspunkt der Rechnung ist Fermis Goldene Regel, die ein Impulsspektrum der emittierten Elektronen-Strahlung beschreibt:

$$N(p) dp = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H | i \rangle|^2 \frac{dn}{dE_0} \quad (1)$$

Die einzelnen Komponenten haben dabei folgende Bedeutungen:

- $N(p) dp$: Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit, ein e^- mit Impuls zwischen p und $p + \delta p$ auszusenden
- $\langle f | H | i \rangle = H_{fi}$: Matrixelement für den Übergang von $|i\rangle$ nach $|f\rangle$
- $\frac{dn}{dE_0}$: Zustandsdichte pro Energieintervall

Das Übergangselement kann für ein gegebenes Atom als konstant angenommen werden. Es sind also vor allem die Anzahl der möglichen Zustände für ein $e^- (\bar{\nu})$ in einem bestimmten Kernvolumen τ und Impulsintervall $[p, p + dp]$ zu berechnen:

$$dn_{e^-} = \frac{\tau p_{e^-}^2 dp_{e^-}}{2\pi^2 \hbar^3} \quad , \quad dn_{\bar{\nu}} = \frac{\tau p_{\bar{\nu}}^2 dp_{\bar{\nu}}}{2\pi^2 \hbar^3}$$

Die Gesamtbesetzungswahrscheinlichkeit ergibt sich nun als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten, so dass wir folgendes erhalten:

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{dn_{e^-} dn_{\bar{\nu}}}{dE_0} = \frac{\tau^2}{4\pi^4 \hbar^6} p_{e^-}^2 p_{\bar{\nu}}^2 \frac{dp_{e^-} dp_{\bar{\nu}}}{dE_0}$$

Um diesen Term weiter zu vereinfachen, nehmen wir an, dass die Ruhemasse des Neutrinos verschwindet, und außerdem der Impulsübertrag auf den Kern zu vernachlässigen ist. Für eine Gesamtenergie E_0 ergibt sich dann der Zusammenhang

$$E_0 = E_{e^-} + E_{\bar{\nu}},$$

wobei E_{e^-} die Gesamtenergie des e^- und $E_{\bar{\nu}}$ die Gesamtenergie des $\bar{\nu}$ darstellt.

Wegen unserer Annahme der Masselosigkeit des Neutrinos können wir nun weiter vereinfachen:

$$p_{\bar{\nu}} = \frac{E_{\bar{\nu}}}{c} = \frac{E_0 - E_{e^-}}{c} \quad \frac{dp_{\bar{\nu}}}{dE_0} = \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{dn}{dE_0} = \frac{\tau^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} p_{e^-}^2 (E_0 - E)^2 dp_{e^-}$$

Setzt man diese Zustandsdichte nun wieder in Fermis goldene Regel ein, so erhält man:

$$N(p) dp = \frac{\tau^2 H_{fi}}{2\pi \hbar^7 c^3} p_{e^-}^2 (E_0 - E)^2 dp_{e^-} =: C \cdot p^2 \cdot (E_0 - E)^2 dp$$

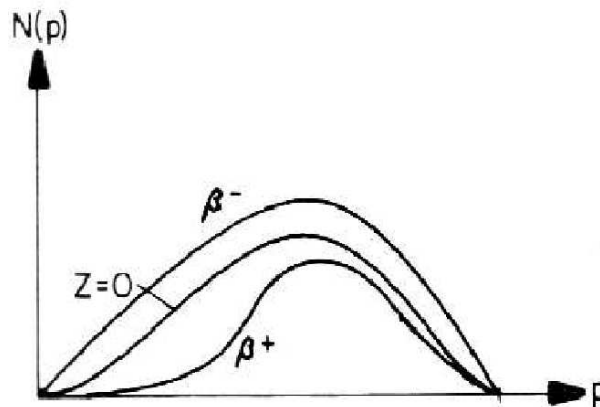


Abbildung 1: Verschiebung des β -Spektrums durch die Interaktion mit dem Coulombfeld für β^+ - und β^- -Zerfall [5]

Dieses Spektrum ist symmetrisch zu seinem Peak (Kurve „Z=0“ in Abbildung 1). In der Realität beobachtet man jedoch ein asymmetrisches Spektrum (Abbildung 1). Dies kommt durch die Coulomb-Wechselwirkung des frisch entstandenen e^- bzw. e^+ mit dem Kern-Potential zustande. Man trägt dieser Tatsache durch die Einführung eines weiteren Koeffizienten, der Fermi-Funktion $F(Z, p)$, Rechnung.

$$F(Z, p) = \left| \frac{\Psi_{e^-}(0)_{\text{Coulomb}}}{\Psi_{e^-}(0)_{\text{frei}}} \right|^2$$

$$N(p) dp = C F(Z, p) p^2 (E_0 - E)^2 dp \quad (2)$$

Für die Fermi-Funktion gilt bei den verschiedenen Zerfalls-Arten:

$$\beta^- : F(Z, p) > 1, \quad \beta^+ : F(Z, p) < 1$$

Die entscheidende Charakteristik eines β -Zerfalls ist die Gesamtenergie E_0 , die gleichzeitig die Maximalenergie der emittierten Elektronen darstellt. Da diese aus dem Graphen nur schwer abzulesen ist, führt man den Kurie-Plot ein. Durch Umstellen und radizieren von Gleichung (2) erhält man:

$$\sqrt{\frac{N(p)}{F(Z, p) p^2}} = C' (E_0 - E) \quad (3)$$

Offensichtlich handelt es sich hierbei um einen linearen Zusammenhang, aus dessen Achsen-Abschnitt sich die Maximalenergie direkt bestimmen lässt.

1.3 Innere Konversion

Die durch den β -Zerfall entstandenen Kerne sind im Allgemeinen in einem angeregten Zustand. Die Abregung erfolgt meist durch Aussendung eines Photons, kann aber auch durch innere Konversion erfolgen. Dabei wird die Anregungsenergie E^* auf ein Elektron in der Atomhülle übertragen, welches die Atomhülle dann verlässt. Der Energieübertrag erfolgt meist auf Elektronen der niedrigsten Schalen (K und L). Für die Energie der Elektronen gilt:

$$E_e = E^* - E_B \quad (4)$$

wobei E^* die Anregungsenergie des Kerns und E_B die Bindungsenergie des Elektrons ist.

1.4 Auger-Effekt

Entsteht durch EC oder innere Konversion ein unbesetzter Platz in einer niedrigen Schale, wird dieser durch ein Elektron einer höheren Schale besetzt. Die dadurch freigewordenen Energie wird in Form eines Photons abgegeben. Nun kann dieses Photon aber wieder von einem Hüllenelektron absorbiert werden, man spricht in diesem Zusammenhang vom inneren Photoeffekt. Das Hüllenelektron verlässt dann das Atom. Die Energie des Elektrons berechnet sich wieder nach (4), wobei hier als E^* die Hüllenanregungsenergie einzusetzen ist.

Sowohl bei der inneren Konversion als auch beim Auger-Effekt entstehen monoenergetische Elektronen. Da die Kernanregungsenergie größer als die Hüllenanregungsenergie ist, erwartet man die Auger-Elektronen bei niedrigeren Energien als die Elektronen aus der inneren Konversion.

1.5 Spektrometer

Dem β -Spektrometer liegt das Prinzip der Ablenkung geladener Teilchen im Magnetfeld zu Grunde. Bewegen sich die Teilchen senkrecht zum Magnetfeld, so wirkt die Lorentzkraft

als Zentripetalkraft und zwingt die Teilchen auf eine Kreisbahn. Es gilt also:

$$qvB = \frac{mv^2}{\rho} \quad (5)$$

wobei q die Teilchenladung, v die Teilchengeschwindigkeit B die Magnetfeldstärke, m die Teilchenmasse und ρ der Bahnradius ist.

1.5.1 Halbkreisspektrometer

Da die β -Teilchen die Quelle unfokussiert verlassen, werden verschiedene Teilchen gleicher Energie auf unterschiedliche Kreisbahnen gelenkt und nicht im selben Punkt abgebildet. Bei einem Halbkreisspektrometer nutzt man die geometrische Fokussierung. Kreisbahnen mit gleichem Radius und Ursprung, aber mit unterschiedlichem Winkel zur Sollbahn (A in Abbildung 2) treffen sich nach einem Halbkreis der Sollbahn ungefähr in einem Punkt wieder. Dort ist die Ausdehnung zwischen allen Kreisbahnen am geringsten. Die Fokussierung wirkt jedoch nur in der Ebene der Sollbahn.

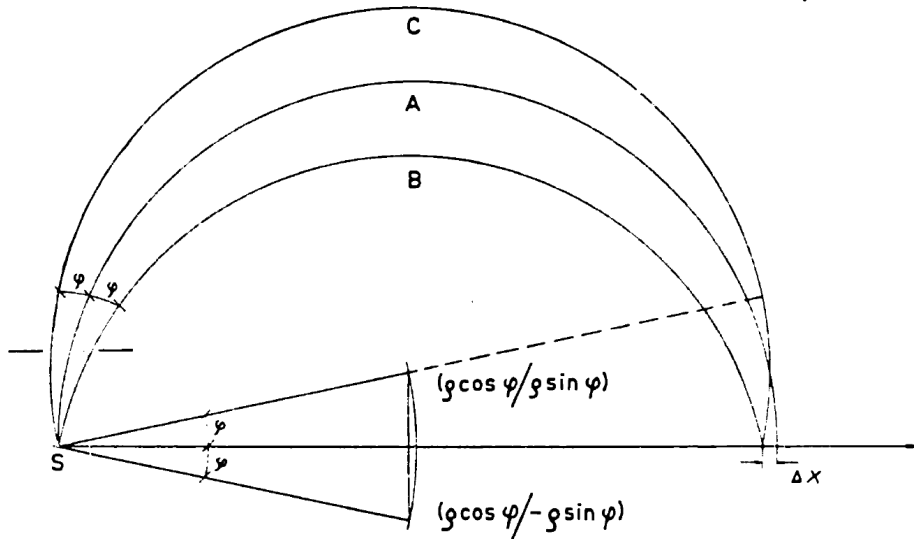


Abbildung 2: Halbkreisspektrometer (aus [3])

1.5.2 Doppeltfokussierendes Spektrometer

Ein doppeltfokussierendes Spektrometer hat den Vorteil in zwei Richtungen fokussieren zu können. Man nutzt dazu die schwache Fokussierung, also einen Feldgradienten in radialer Richtung. Die Teilchen oszillieren dann um die Sollbahn.

Mit dem Feldindex $n = -\frac{\rho_0}{B(\rho_0)} \frac{dB}{d\rho}(\rho_0)$ gilt für die Fokussierungswinkel¹ in radialer bzw.

¹Fokussierungswinkel sind die Winkel, nach denen die Kreisbahn die Sollbahn wieder schneidet.

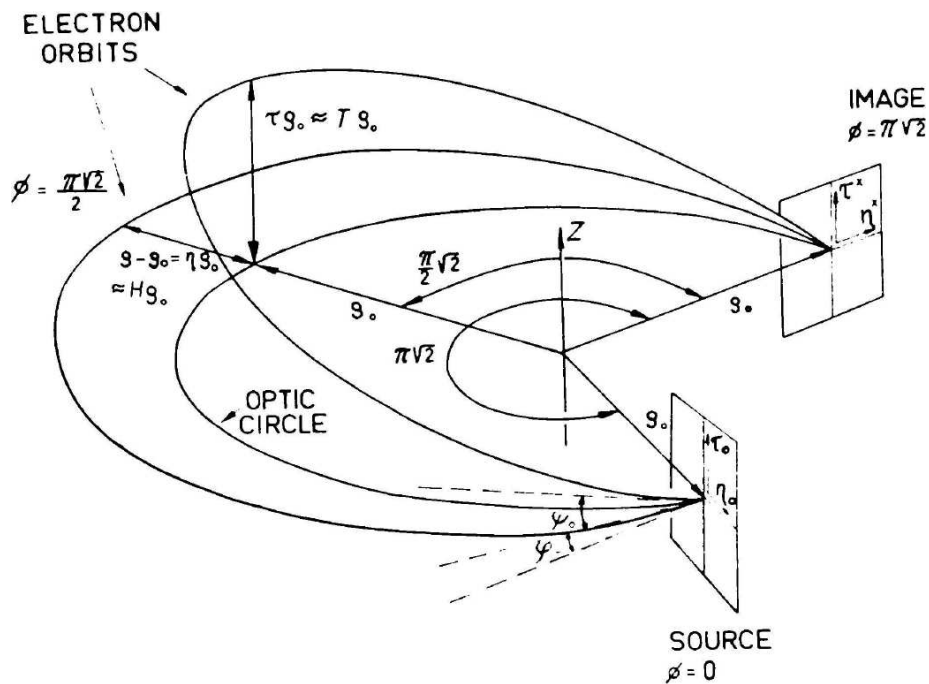


Abbildung 3: Doppelfokussierendes Spektrometer (aus [3])

axialer Richtung:

$$\Phi_\rho = \frac{\pi}{\sqrt{1-n}} \quad (6)$$

$$\Phi_z = \frac{\pi}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

Die Fokussierungswinkel sind miteinander verknüpft:

$$\frac{1}{\Phi_\rho} + \frac{1}{\Phi_z} = \frac{1}{\pi^2} \quad (8)$$

Um nun in radialer und axialer Richtung zu fokussieren müssen die Fokussierungswinkel gleich sein, woraus $n = \frac{1}{2}$ und $\Phi = \sqrt{2}\pi$ folgt. Dies führt auf die Differentialgleichung

$$\frac{dB(\rho)}{d\rho} = -\frac{B(\rho)}{2\rho} \quad (9)$$

mit der Lösung

$$B(\rho) = B(\rho_0) \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \quad (10)$$

Da die Fokussierung nach einem Winkel $\Phi = \sqrt{2}\pi$ stattfindet, nennt man ein solches Spektrometer auch $\sqrt{2}\pi$ -Spektrometer.

In diesem Versuch wird ein doppelfokussierendes Spektrometer verwendet.

2 Durchführung und Auswertung

2.1 Bestimmung der Offsetspannung der Hallsonde

Die zur Magnetfeldmessung im Spektrometer integrierte Hallsonde besitzt eine kleine Offset-Spannung, diese muss von allen Messwerten abgezogen werden. Um die Offsetspannung zu bestimmen misst man in beiden Polaritäten die von der Hallsonde angezeigten Remanenzspannungen U_+ und U_- . Da die Remanenzfelder symmetrisch zum Ursprung sind, entspricht die Offsetspannung U_{off} genau dem Mittelwert aus U_+ und U_- . Um diese möglichst genau zu messen, wird das Magnetfeld mehrfach mit abwechselnder Polarität in Sättigung gefahren und wieder abgeschaltet, die Hallsonde zeigt dann die jeweilige Remanenzspannung an. Unsere Messwerte sind in Tabelle 1 angegeben, die Mittelwerte und deren Fehler wurden berechnet mittels

$$\langle U_{\pm} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_{\pm}^i \quad \Delta \langle U_{\pm} \rangle = \frac{\sum (U_{\pm}^i - \langle U_{\pm} \rangle)^2}{N(N-1)}$$

Wir erhalten also $U_{\text{off}} = \frac{U_+ + U_-}{2} = (6,48 \pm 0,05)$ Skt., wobei der Fehler mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet wurde.

2.2 Eichung des Spektrometers

Wie im Theorieteil beschrieben besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Magnetfeld und Impuls der e^{\pm} . Um also das Impuls bzw. Energiespektrum zu vermessen, muss das Spektrometer zunächst geeicht werden. Hierzu werden die ^{137}Ba -Konversionslinien verwendet, welche sich im ^{137}Cs -Spektrum beobachten lassen: ^{137}Cs zerfällt zu über 94% in ^{137}Ba mit einer Anregungsenergie von 661,66 keV. Dieses hat nur eine sehr kurze Halbwertszeit und gibt diese Energie meistens als γ -Strahlung ab, kann jedoch auch Konversionselektronen aus der K- oder L-Schale emittieren. Da in der L-Schale drei verschiedene Bindungsenergien auftreten, erwarten wir maximal vier Konversionslinien, wahrscheinlich können jedoch die drei L-Linien nicht aufgelöst werden und es sind nur zwei Linien zu sehen.

Zuerst haben wir das gesamte ^{137}Cs -Spektrum in groben Schritten vermessen, d.h. wir haben bei 4% Transmission das Magnetfeld schrittweise um 10Skt. erhöht und jeweils 40s gemessen. Die Werte sind im Anhang in Tabelle 2 aufgeführt und in Abbildung 5 geplottet, wobei wir den Fehler Δn aufgrund der statistischen Unsicherheit zu $\Delta n = \sqrt{n}$ abgeschätzt haben. Man sieht sehr schön jenseits des „eigentlichen“ ^{137}Cs Beta-Spektrums einen scharfen Peak bei knapp 160 Skt., in dem sich die Konversionslinien befinden. Diesen Bereich vermessen wir also erneut mit feineren Schritten, zuerst bei 4% Transmission und 40s Messzeit (Tab. 3 und Abb. 6), anschließend bei 1% Transmission und 100s Messzeit (Tab. 4 und Abb. 7). Da aufgrund der Dispersion des Spektrometers die gemessenen Impulsintervalle proportional zum Impuls selber sind, muss die Anzahl der gemessenen Ereignisse n korrigiert werden, indem sie durch eine zum Impuls proportionale Größe, z.B. die korrigierte Hallspannung U_{korr} , dividiert wird. Die Fehler von U_{korr} und n_{korr} können mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet werden. Man erkennt in beiden Diagrammen deutlich jeweils zwei Peaks, wobei der höherenergetischere deutlich verschwommener

ist, hierbei handelt es sich um die drei nicht aufgelösten L-Linien. In die Peaks lassen sich Breit-Wigner-Kurven der Form

$$n = A \cdot \frac{\Gamma^2}{(x - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

fiten, wobei M den Schwerpunkt und Γ die volle Halbwertsbreite (FWHM) angibt, A ist lediglich ein Skalierungsfaktor. Die Fits wurden mit Hilfe des Programms ROOT [6] durchgeführt, die Parameter sind in Tabelle 5 angegeben.

Zur Eichung des Spektrometers werden die Werte des Schwerpunktes aus den beiden Messungen mit ihren Fehlern gewichtet gemittelt, man erhält $U_K = (153,98 \pm 0,03)$ Skt. und $U_L = (158,71 \pm 0,03)$ Skt.. Als nächstes müssen die zugehörigen Impulse bestimmt werden. Diese lassen sich aus der kinetischen Energie E_{kin} der Konversionselektronen mittels

$$p = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{2m_e c^2 E_{\text{kin}} + E_{\text{kin}}^2} \quad (11)$$

berechnen, wobei sich E_{kin} aus der Anregungsenergie des Barium-Kerns $E^* = 661,66$ keV und den Bindungsenergien E_K bzw. E_{L_i} berechnen lässt. Laut [1] gilt $E_K = 37,441$ keV, $E_{L_I} = 5,987$ keV, $E_{L_{II}} = 5,624$ keV und $E_{L_{III}} = 5,247$ keV. Da wir die drei L-Linien nicht auflösen konnten, müssen die Bindungsenergien mit der Entartung der jeweiligen Linie gewichtet gemittelt werden:

$$\langle E_L \rangle = \frac{2E_{L_I} + 2E_{L_{II}} + 4E_{L_{III}}}{8} = 5,526 \text{ keV}$$

mit $m_e = 511$ keV und (11) ergibt sich also $p_K = 1013,71$ keV und $p_L = 1049,32$ keV. Für die Impulse und die zugehörigen Hallspannungen gilt der Zusammenhang $p = m \cdot U$, ein Fit der beiden Messwerte liefert also die Eichgerade für das Spektrometer, für den Parameter ergibt sich $m = (6,5979 \pm 0,0009) \frac{\text{keV/c}}{\text{Skt.}}$

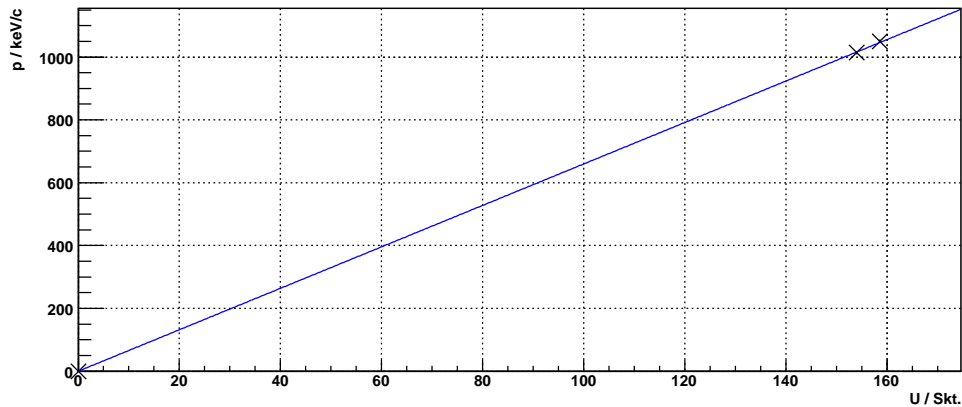


Abbildung 4: Eichgerade für das Beta-Spektrometer

2.3 Bestimmung des Auflösungsvermögens des Spektrometers

Das Auflösungsvermögen des Spektrometers lässt sich aus den für die Eichung aufgenommenen Konversionspeaks bestimmen:

$$A = \frac{\Gamma}{M}$$

Da die L-Peaks nicht aufgelöst sind, macht es keinen Sinn, diese zur Bestimmung des Auflösungsvermögens zu verwenden, wir beschränken uns also auf die K-Peaks. Mit den in Tabelle 5 angegebenen Fit-Parametern ergibt sich also für eine Transmission von 4% ein Auflösungsvermögen von $A_{4\%} = (1,65 \pm 0,05) \%$, bei 1% Transmission ergibt sich $A_{1\%} = (1,14 \pm 0,05) \%$. Der Fehler ergibt sich hierbei aus

$$\Delta A = \sqrt{\left(\Delta\Gamma \frac{1}{M}\right)^2 + \left(\Delta M \frac{\Gamma}{M^2}\right)^2 + 2 \text{Kor.}(M, \Gamma) \Delta\Gamma \Delta M \frac{1}{M} \frac{-\Gamma}{M^2}}$$

Es fällt auf, dass das Auflösungsvermögen bei 1% Transmission besser ist. Dies ist auch zu erwarten, es werden schließlich nur β -Teilchen aus einem sehr schmalen Raumwinkel, und aufgrund des Magnetfeldes damit auch nur aus einem schmalen Impulsbereich durchgelassen. Die bessere Impulsauflösung hat allerdings den Nachteil, dass die Zählrate deutlich abnimmt. Für den restlichen Versuch reicht die Auflösung bei 4% Transmission.

2.4 Aufnahme der Spektren und Kurie-Plots

In diesem Versuchsteil haben wir die β -Spektren von ^{204}Tl (β^- -Strahler) und ^{22}Na (β^+ -Strahler) durchgemessen. Zunächst wurde eine Untergrundmessung durchgeführt, die Messwerte befinden sich in Tabelle 6 und 7. Die Messdaten der Spektren sind in den Tabellen 8 und 9 zu finden, die Spektren selbst in Abbildung 8 und 9. Die Tabellen enthalten zusätzlich zu den reinen Messwerten den Impuls p der Teilchen (über die Eichung 2.2 zu berechnen), die Energie E der Teilchen (berechenbar aus $E^2 = p^2 c^2 + m_e^2 c^4$) und die korrigierte Zählrate n_{korrr} (ergibt sich aus gemessener Zählrate abzüglich Untergrund und Division durch korrigierte Spannung, um einheitliche Impulsintervalle zu bekommen).

Außerdem befinden sich in den Tabellen die Werte für den Kurie-Plot. Dazu mussten allerdings erst noch die Fermi-Funktionen $F(Z, p)$ für ^{204}Tl und ^{22}Na gefittet werden. Werte der Fermi-Funktion für ^{204}Tl haben wir aus [1] entnommen, Werte für die Fermi-Funktion von ^{22}Na aus [2] abgelesen.

Die Fermi-Funktionen sind in Abbildung 10 und 11 mitsamt Fit dargestellt. Die Fitparameter sind in Tabelle 10 und 11 aufgeführt. Die Fehler durch den Fit können gegenüber den Fehlern von p und n vernachlässigt werden.

Damit können die Werte für den Kurie-Plot berechnet werden:

$$y = \sqrt{\frac{n_{\text{korrr}}}{F(Z, p) p^2}} \quad (\text{vgl. 3})$$

$$\Delta y = \frac{1}{2y} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta n_{\text{korrr}}}{F(Z, p) p^2}\right)^2 + \left(\Delta p n_{\text{korrr}} \frac{F'(Z, p) p^2 + 2F(Z, p) p}{F(Z, p)^2 p^4}\right)^2}$$

Die Kurie-Plots sind in Abbildung 12 und 13 dargestellt. Deutlich zu sehen sind die linearen Abschnitte der Plots, an die dann auch Geraden gefittet wurden. Die Fitparameter der Geraden befinden sich in Tabelle 12 und 13. Daraus lässt sich nun der Schnittpunkt mit der x -Achse und daraus dann die maximale kinetische Energie der Elektronen bzw. Positronen berechnen:

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} = -\frac{n_0}{m} - m_e c^2 \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta n_0}{m}\right)^2 + \left(\Delta m \frac{n_0}{m}\right)^2 + 2 \text{Kor.}(m, n_0) \Delta m \Delta n_0 \frac{1}{m} \frac{-n_0}{m^2}}$$

Wir erhalten für ^{204}Tl eine maximale kinetische Energie der Elektronen von

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} = (755,0 \pm 1,3) \text{ keV} \quad \text{Literaturwert: } E_{\text{kin}}^{\text{max}} = 763,7 \text{ keV}$$

Für ^{22}Na erhalten wir eine maximale kinetische Energie der Positronen von

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} = (550,7 \pm 2,3) \text{ keV} \quad \text{Literaturwert: } E_{\text{kin}}^{\text{max}} = 545,7 \text{ keV}$$

Innerhalb der Fehlergrenzen stimmen die Messwerte nicht mit den Literaturwerten überein. Die angegebenen Fehler sind allerdings nur die statistischen Fehler. Eine weitere nicht vernachlässigbare Fehlerquelle ist die Eichung des Spektrometers. Zwei eng zusammenliegende Punkte jenseits des Energiebereichs des β -Spektrums und der Ursprung sind keine Grundlage für eine präzise Energieeichung. Der Fehler ist hierbei ohne hinreichend viel Erfahrung, über die wir nicht verfügen, nicht abzuschätzen.

3 Fazit

In diesem Versuch haben wir den Umgang mit dem β -Spektrometer und dessen Eigenheiten kennengelernt: Nachdem das Spektrometer am ersten Versuchstermin seinen Dienst völlig verweigerte, funktionierte es am neuen Termin dann einwandfrei. So sind die aufgenommenen Spektren deutlich zu erkennen und die ermittelten Maximalenergien weichen nur wenig von den Literaturwerten ab. Der Versuch ist also doch noch erfolgreich verlaufen.

A Tabellen

Messung	U_+ /Skt.	U_- /Skt.
1	8,9	4,3
2	8,6	4,2
3	8,7	4,3
4	8,7	4,2
5	8,7	4,2
Mittel	$8,72 \pm 0,05$	$4,24 \pm 0,02$
$\implies U_{\text{off}} = (6,48 \pm 0,05) \text{ Skt.}$		

Tabelle 1: Bestimmung der Offsetspannung der Hallsonde

U /Skt.	ΔU /Skt.	U_{korr} /Skt.	ΔU_{korr} /Skt.	n	Δn	n_{korr}	Δn_{korr}
10,2	0,1	3,7	0,1	2	1	0,54	0,38
20	0,1	13,5	0,1	4	2	0,30	0,15
30,3	0,1	23,8	0,1	7	3	0,29	0,11
40,1	0,1	33,6	0,1	3	2	0,09	0,05
50,3	0,1	43,8	0,1	5	2	0,11	0,05
60,1	0,1	53,6	0,1	4	2	0,07	0,04
70,3	0,1	63,8	0,1	6	2	0,09	0,04
80,3	0,1	73,8	0,1	7	3	0,09	0,04
90	0,1	83,5	0,1	12	3	0,14	0,04
100,2	0,1	93,7	0,1	188	14	2,01	0,15
110,2	0,1	103,7	0,1	215	15	2,07	0,14
120,1	0,1	113,6	0,1	181	13	1,59	0,12
130,1	0,1	123,6	0,1	82	9	0,66	0,07
140,1	0,1	133,6	0,1	33	6	0,25	0,04
150,2	0,1	143,7	0,1	39	6	0,27	0,04
160,3	0,1	153,8	0,1	679	26	4,41	0,17
170,2	0,1	163,7	0,1	43	7	0,26	0,04
180,1	0,1	173,6	0,1	7	3	0,04	0,02
188,3	0,1	181,8	0,1	4	2	0,02	0,01

Tabelle 2: Grobes ^{137}Cs -Spektrum bei 4% Transmission und 40 s Messzeit

$U/\text{Skt.}$	$\Delta U/\text{Skt.}$	$U_{\text{korr}}/\text{Skt.}$	$\Delta U_{\text{korr}}/\text{Skt.}$	n	Δn	n_{korr}	Δn_{korr}
152,0	0,1	145,5	0,1	46	7	0,32	0,05
152,5	0,1	146,0	0,1	46	7	0,32	0,05
153,0	0,1	146,5	0,1	61	8	0,42	0,05
153,5	0,1	147,0	0,1	81	9	0,55	0,06
154,0	0,1	147,5	0,1	81	9	0,55	0,06
154,5	0,1	148,0	0,1	74	9	0,50	0,06
155,0	0,1	148,5	0,1	74	9	0,50	0,06
155,5	0,1	149,0	0,1	89	9	0,60	0,06
156,0	0,1	149,5	0,1	88	9	0,59	0,06
156,5	0,1	150,0	0,1	98	10	0,65	0,07
157,0	0,1	150,5	0,1	105	10	0,70	0,07
157,5	0,1	151,0	0,1	127	11	0,84	0,07
158,0	0,1	151,5	0,1	196	14	1,29	0,09
158,5	0,1	152,0	0,1	262	16	1,72	0,11
159,0	0,1	152,5	0,1	347	19	2,28	0,12
159,5	0,1	153,0	0,1	524	23	3,42	0,15
160,0	0,1	153,5	0,1	721	27	4,70	0,17
160,5	0,1	154,0	0,1	951	31	6,17	0,20
161,0	0,1	154,5	0,1	1041	32	6,74	0,21
161,5	0,1	155,0	0,1	757	28	4,88	0,18
162,0	0,1	155,5	0,1	389	20	2,50	0,13
162,5	0,1	156,0	0,1	274	17	1,76	0,11
163,0	0,1	156,5	0,1	231	15	1,48	0,10
163,5	0,1	157,0	0,1	295	17	1,88	0,11
164,0	0,1	157,5	0,1	315	18	2,00	0,11
164,5	0,1	158,0	0,1	315	18	1,99	0,11
165,0	0,1	158,5	0,1	312	18	1,97	0,11
165,5	0,1	159,0	0,1	327	18	2,06	0,11
166,0	0,1	159,5	0,1	272	16	1,71	0,10
166,5	0,1	160,0	0,1	158	13	0,99	0,08
167,0	0,1	160,5	0,1	120	11	0,75	0,07
167,5	0,1	161,0	0,1	77	9	0,48	0,05
168,0	0,1	161,5	0,1	53	7	0,33	0,05
168,5	0,1	162,0	0,1	61	8	0,38	0,05

Tabelle 3: ^{137}Ba -Konversionspeaks im ^{137}Cs -Spektrum (4% Transmission, 40 s Messzeit)

$U/\text{Skt.}$	$\Delta U/\text{Skt.}$	$U_{\text{korr}}/\text{Skt.}$	$\Delta U_{\text{korr}}/\text{Skt.}$	n	Δn	n_{korr}	Δn_{korr}
155,0	0,1	148,5	0,1	67	8	0,45	0,06
155,5	0,1	149,0	0,1	69	8	0,46	0,06
156,0	0,1	149,5	0,1	66	8	0,44	0,05
156,5	0,1	150,0	0,1	82	9	0,55	0,06
157,0	0,1	150,5	0,1	84	9	0,56	0,06
157,5	0,1	151,0	0,1	120	11	0,79	0,07
158,0	0,1	151,5	0,1	164	13	1,08	0,08
158,5	0,1	152,0	0,1	245	16	1,61	0,10
159,0	0,1	152,5	0,1	323	18	2,12	0,12
159,5	0,1	153,0	0,1	492	22	3,22	0,14
160,0	0,1	153,5	0,1	765	28	4,98	0,18
160,5	0,1	154,0	0,1	1184	34	7,69	0,22
161,0	0,1	154,5	0,1	1080	33	6,99	0,21
161,5	0,1	155,0	0,1	499	22	3,22	0,14
162,0	0,1	155,5	0,1	142	12	0,91	0,08
162,5	0,1	156,0	0,1	89	9	0,57	0,06
163,0	0,1	156,5	0,1	132	11	0,84	0,07
163,5	0,1	157,0	0,1	181	13	1,15	0,09
164,0	0,1	157,5	0,1	249	16	1,58	0,10
164,5	0,1	158,0	0,1	276	17	1,75	0,11
165,0	0,1	158,5	0,1	288	17	1,82	0,11
165,5	0,1	159,0	0,1	327	18	2,06	0,11
166,0	0,1	159,5	0,1	273	17	1,71	0,10
166,5	0,1	160,0	0,1	124	11	0,77	0,07
167,0	0,1	160,5	0,1	55	7	0,34	0,05
167,5	0,1	161,0	0,1	41	6	0,25	0,04
168,0	0,1	161,5	0,1	42	6	0,26	0,04

Tabelle 4: ^{137}Ba -Konversionspeaks im ^{137}Cs -Spektrum (1% Transmission, 100 s Messzeit)

Transm.	Linie	A	ΔA	$M/\text{Skt.}$	$\Delta M/\text{Skt.}$	$\Gamma/\text{Skt.}$	$\Delta\Gamma/\text{Skt.}$	Kor. (M, Γ)
4%	K	1,57	0,04	154,10	0,05	2,55	0,08	0,28
4%	L	0,43	0,02	158,59	0,08	2,41	0,17	-0,452
1%	K	1,98	0,09	153,88	0,04	1,76	0,08	0,59
1%	L	0,58	0,10	158,73	0,04	1,44	0,22	-0,284

Tabelle 5: Fit-Parameter der ^{137}Ba -Konversionspeaks

Messung	n	Δn
1	1	1
2	3	2
3	3	2
4	3	2
5	2	1
6	2	1
7	2	1
8	2	1
Mittel	2,0	0,5

Tabelle 6: Messung des Untergrundes für das ^{204}Tl -Spektrum

Messung	n	Δn
1	44	7
2	41	6
3	55	7
4	45	7
5	42	6
6	47	7
7	50	7
8	34	6
Mittel	44,0	2,3

Tabelle 7: Messung des Untergrundes für das ^{22}Na -Spektrum

$\frac{U}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta U}{\text{Skt.}}$	$\frac{U_{\text{korr}}}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta U_{\text{korr}}}{\text{Skt.}}$	$\frac{p}{\text{keV/c}}$	$\frac{\Delta p}{\text{keV/c}}$	$\frac{E}{\text{keV}}$	$\frac{\Delta E}{\text{keV}}$	n	Δn	n_{korr}	Δn_{korr}	$\frac{y}{\text{c/keV}}$	$\frac{\Delta y}{\text{c/keV}}$
15,0	0,1	8,5	0,1	56,2	0,8	514,1	0,1	7	3	0,59	0,32	0,000949	0,000256
22,5	0,1	16,0	0,1	105,7	0,8	521,8	0,2	1	1	-0,06	0,07	Err	Err
30,0	0,1	23,5	0,1	155,2	0,8	534,0	0,2	4	2	0,09	0,09	0,000198	0,000102
37,5	0,1	31,0	0,1	204,7	0,8	550,5	0,3	3	2	0,03	0,06	0,000106	0,000096
45,0	0,1	38,5	0,1	254,2	0,8	570,7	0,3	2	1	0,00	0,04	0,000000	Err
52,5	0,1	46,0	0,1	303,6	0,8	594,4	0,4	3	2	0,02	0,04	0,000070	0,000063
60,0	0,1	53,5	0,1	353,1	0,8	621,1	0,4	5	2	0,06	0,04	0,000103	0,000040
67,5	0,1	61,0	0,1	402,6	0,8	650,5	0,5	8	3	0,10	0,05	0,000127	0,000030
75,0	0,1	68,5	0,1	452,1	0,8	682,3	0,5	16	4	0,20	0,06	0,000170	0,000024
82,5	0,1	76,0	0,1	501,6	0,8	716,0	0,5	43	7	0,54	0,09	0,000258	0,000021
90,0	0,1	83,5	0,1	551,1	0,8	751,5	0,6	64	8	0,74	0,10	0,000286	0,000018
97,5	0,1	91,0	0,1	600,5	0,8	788,5	0,6	1473	38	16,16	0,42	0,001262	0,000017
105,0	0,1	98,5	0,1	650,0	0,8	826,8	0,6	2529	50	25,65	0,51	0,001511	0,000015
112,5	0,1	106,0	0,1	699,5	0,8	866,3	0,6	2633	51	24,82	0,48	0,001416	0,000014
120,0	0,1	113,5	0,1	749,0	0,8	906,7	0,6	2696	52	23,73	0,46	0,001323	0,000013
127,5	0,1	121,0	0,1	798,5	0,8	948,0	0,6	2424	49	20,01	0,41	0,001163	0,000012
135,0	0,1	128,5	0,1	848,0	0,8	990,0	0,7	2054	45	15,97	0,35	0,000995	0,000011
142,5	0,1	136,0	0,1	897,5	0,8	1032,7	0,7	1573	40	11,55	0,29	0,000812	0,000010
150,0	0,1	143,5	0,1	946,9	0,8	1076,0	0,7	1177	34	8,19	0,24	0,000657	0,000010
157,5	0,1	151,0	0,1	996,4	0,8	1119,8	0,7	648	25	4,28	0,17	0,000457	0,000009
165,0	0,1	158,5	0,1	1045,9	0,8	1164,1	0,7	296	17	1,85	0,11	0,000290	0,000008
172,5	0,1	166,0	0,1	1095,4	0,8	1208,7	0,7	61	8	0,36	0,05	0,000122	0,000008
180,0	0,1	173,5	0,1	1144,9	0,8	1253,7	0,7	15	4	0,07	0,02	0,000054	0,000008
187,3	0,1	180,8	0,1	1193,0	0,8	1297,9	0,7	7	3	0,03	0,01	0,000032	0,000009

Tabelle 8: Messung des ^{204}Tl -Spektrums

$\frac{U}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta U}{\text{Skt.}}$	$\frac{U_{\text{korr}}}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta U_{\text{korr}}}{\text{Skt.}}$	$\frac{p}{\text{keV/c}}$	$\frac{\Delta p}{\text{keV/c}}$	$\frac{E}{\text{keV}}$	$\frac{\Delta E}{\text{keV}}$	n	Δn	n_{korr}	Δn_{korr}	$\frac{y}{\text{c/keV}}$	$\frac{\Delta y}{\text{c/keV}}$
0,0	0,1	6,5	0,1	42,8	0,8	512,8	0,1	42	6	-0,30	1,06	Err	Err
-7,5	0,1	14,0	0,1	92,2	0,8	519,3	0,1	54	7	0,72	0,55	0,016371	0,006286
-15,0	0,1	21,5	0,1	141,7	0,8	530,3	0,2	60	8	0,75	0,38	0,009324	0,002352
-22,5	0,1	29,0	0,1	191,2	0,8	545,6	0,3	43	7	-0,03	0,24	Err	Err
-30,0	0,1	36,5	0,1	240,7	0,8	564,8	0,3	53	7	0,25	0,21	0,002723	0,001151
-37,5	0,1	44,0	0,1	290,2	0,8	587,6	0,4	70	8	0,59	0,20	0,003351	0,000559
-45,0	0,1	51,5	0,1	339,7	0,8	613,6	0,4	92	10	0,93	0,19	0,003492	0,000359
-52,5	0,1	59,0	0,1	389,1	0,8	642,3	0,5	96	10	0,88	0,17	0,002903	0,000281
-60,0	0,1	66,5	0,1	438,6	0,8	673,4	0,5	152	12	1,63	0,19	0,003442	0,000200
-67,5	0,1	74,0	0,1	488,1	0,8	706,7	0,5	178	13	1,81	0,18	0,003229	0,000163
-75,0	0,1	81,5	0,1	537,6	0,8	741,7	0,5	200	14	1,92	0,18	0,002988	0,000137
-82,5	0,1	89,0	0,1	587,1	0,8	778,3	0,6	515	23	5,29	0,26	0,004519	0,000110
-90,0	0,1	96,5	0,1	636,6	0,8	816,3	0,6	1553	39	15,64	0,41	0,007127	0,000094
-97,5	0,1	104,0	0,1	686,1	0,8	855,4	0,6	1399	37	13,03	0,36	0,006012	0,000083
-105,0	0,1	111,5	0,1	735,5	0,8	895,6	0,6	1164	34	10,05	0,31	0,004908	0,000075
-112,5	0,1	119,0	0,1	785,0	0,8	936,7	0,6	829	29	6,60	0,24	0,003717	0,000069
-120,0	0,1	126,5	0,1	834,5	0,8	978,5	0,6	477	22	3,42	0,17	0,002513	0,000064
-127,5	0,1	134,0	0,1	884,0	0,8	1021,1	0,7	137	12	0,69	0,09	0,001067	0,000068
-135,0	0,1	141,5	0,1	933,5	0,8	1064,2	0,7	46	7	0,01	0,05	0,000146	0,000255
-142,5	0,1	149,0	0,1	983,0	0,8	1107,8	0,7	49	7	0,03	0,05	0,000211	0,000154
-150,0	0,1	156,5	0,1	1032,4	0,8	1152,0	0,7	59	8	0,10	0,05	0,000338	0,000090
-157,5	0,1	164,0	0,1	1081,9	0,8	1196,5	0,7	47	7	0,02	0,04	0,000142	0,000169
-165,0	0,1	171,5	0,1	1131,4	0,8	1241,5	0,7	45	7	0,01	0,04	0,000078	0,000263
-172,5	0,1	179,0	0,1	1180,9	0,8	1286,7	0,7	25	5	-0,11	0,03	Err	Err

Tabelle 9: Messung des ^{22}Na -Spektrums

Fit-Funktion:	$F(Z = 82, p) = c + a_1 e^{k_1 p} + a_2 e^{k_2 p}$
Parameter:	$c = 17,6828$ $a_1 = 303,907$ $k_1 = (-1,51282) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{keV}/c}$ $a_2 = 70,3552$ $k_2 = (-3,18325) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{keV}/c}$

Tabelle 10: Fit Fermi-Funktion ^{204}Tl

Fit-Funktion:	$F(Z = 11, p) = c + a_1 (1 - e^{k_1 p}) + a_2 (1 - e^{k_2 p})$
Parameter:	$c = -1,33469 \cdot 10^{-3}$ $a_1 = 0,76553$ $k_1 = (-5,73044) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{keV}/c}$ $a_2 = 9,30205$ $k_2 = (-2,658) \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{keV}/c}$

Tabelle 11: Fit Fermi-Funktion ^{22}Na

Fit-Funktion:	$f(p) = n_0 + m p$
Parameter:	$n_0 = (4,42357 \pm 0,0242252) \cdot 10^{-3}$ $m = (-3,49417 \pm 0,0216908) \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{keV}/c}$
Korrelationsparameter:	$K(m, n_0) = -0,993$

Tabelle 12: Fitgerade Kurie-Plot ^{204}Tl

Fit-Funktion:	$f(p) = n_0 + m p$
Parameter:	$n_0 = (3,11214 \pm 0,0426398) \cdot 10^{-2}$ $m = (-2,93125 \pm 0,0455478) \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{keV}/c}$
Korrelationsparameter:	$K(m, n_0) = -0,997$

Tabelle 13: Fitgerade Kurie-Plot ^{22}Na

B Abbildungen

Cs: 4% Transmission, 40s Messzeit

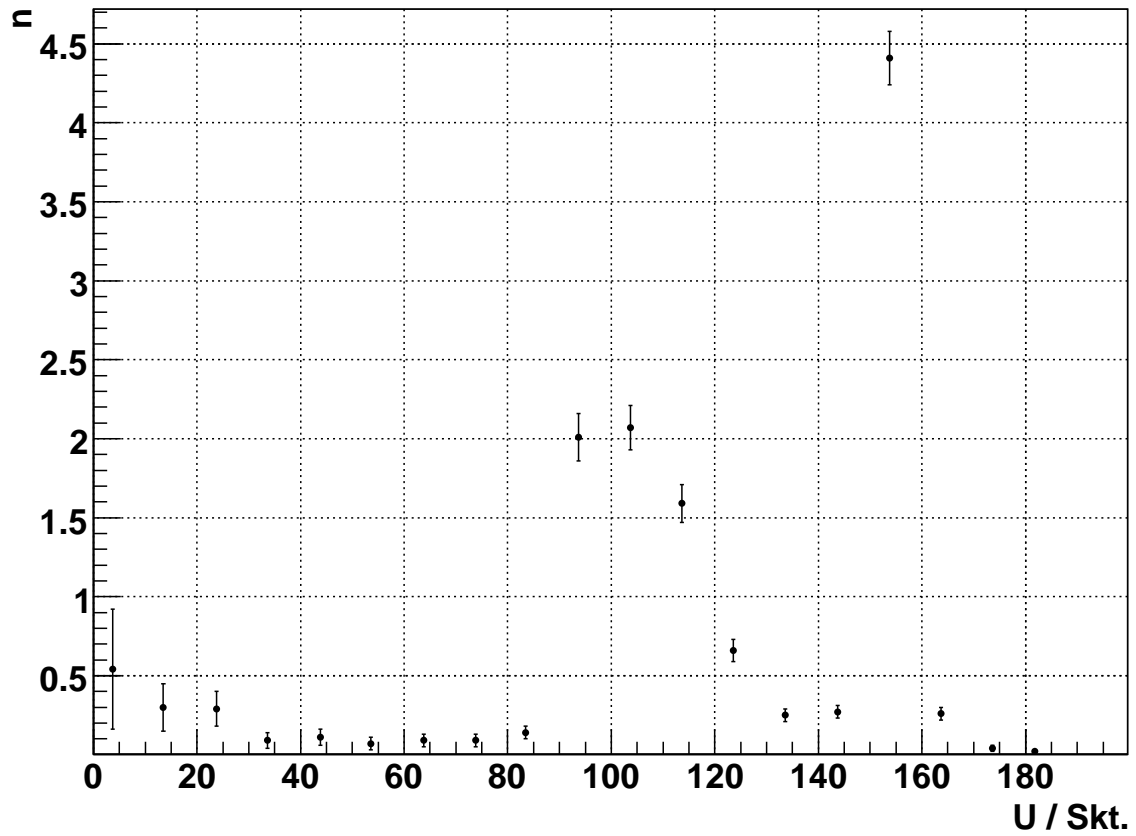


Abbildung 5: Grobes ¹³⁷Cs-Spektrum bei 4% Transmission

Cs: 4% Transmission, 40s Messzeit

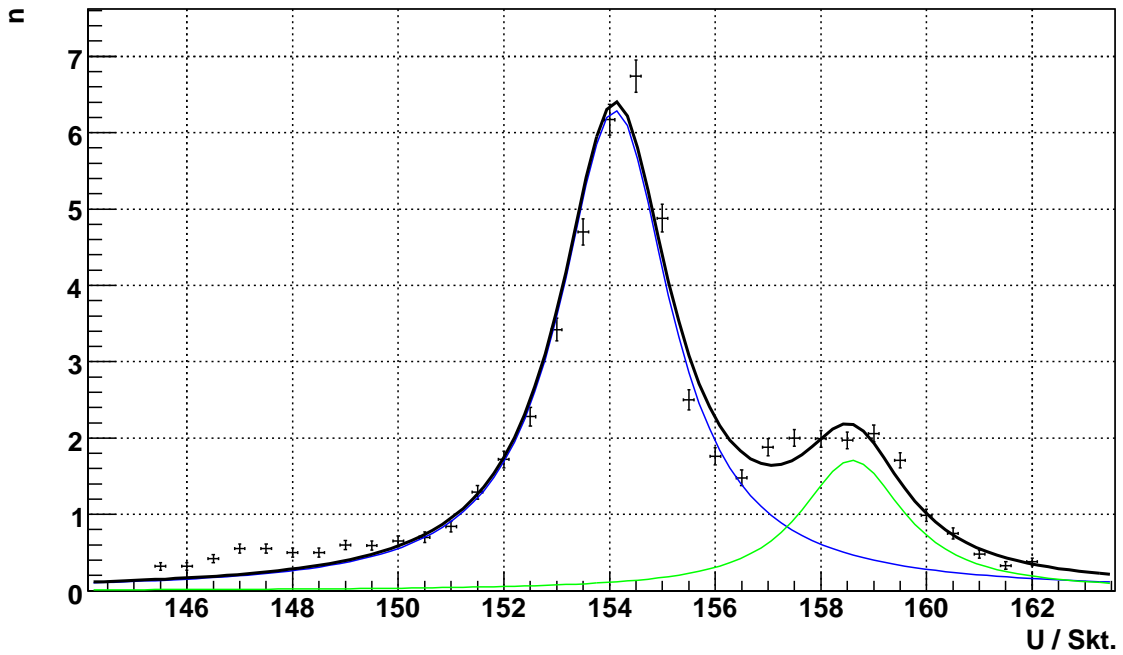


Abbildung 6: ^{137}Ba -Konversionspeaks im ^{137}Cs -Spektrum (4% Transmission)

Cs: 1% Transmission, 100s Messzeit

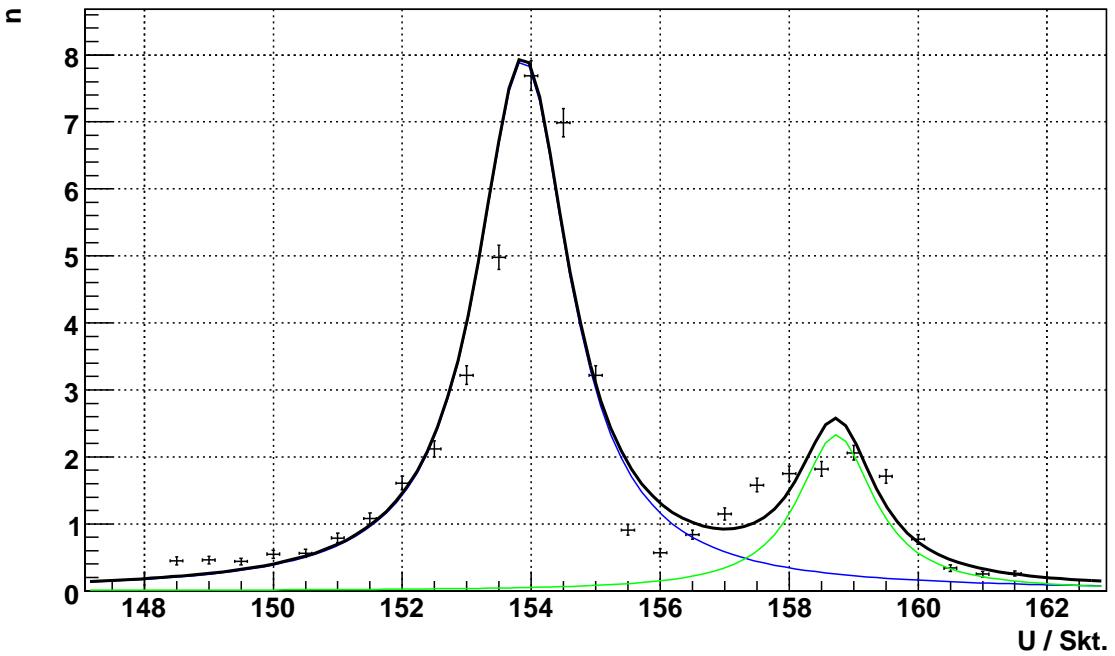


Abbildung 7: ^{137}Ba -Konversionspeaks im ^{137}Cs -Spektrum (1% Transmission)

Tl: 4% Transmission, 40s Messzeit

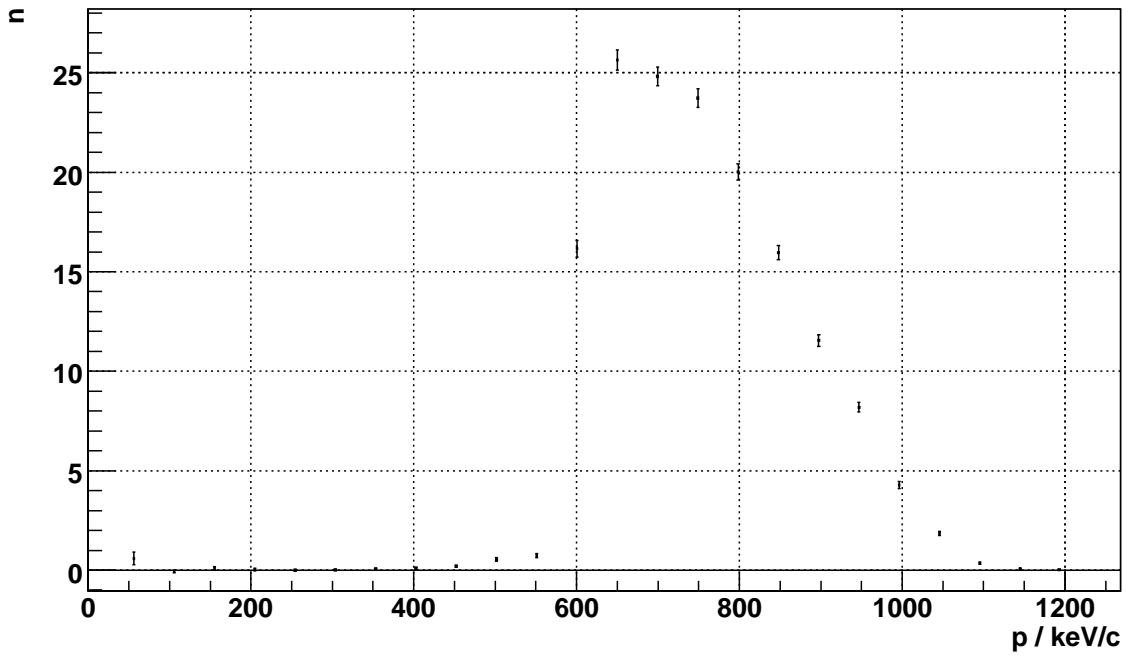


Abbildung 8: ^{204}Tl -Spektrum (4% Transmission)

Na: 4% Transmission, 40s Messzeit

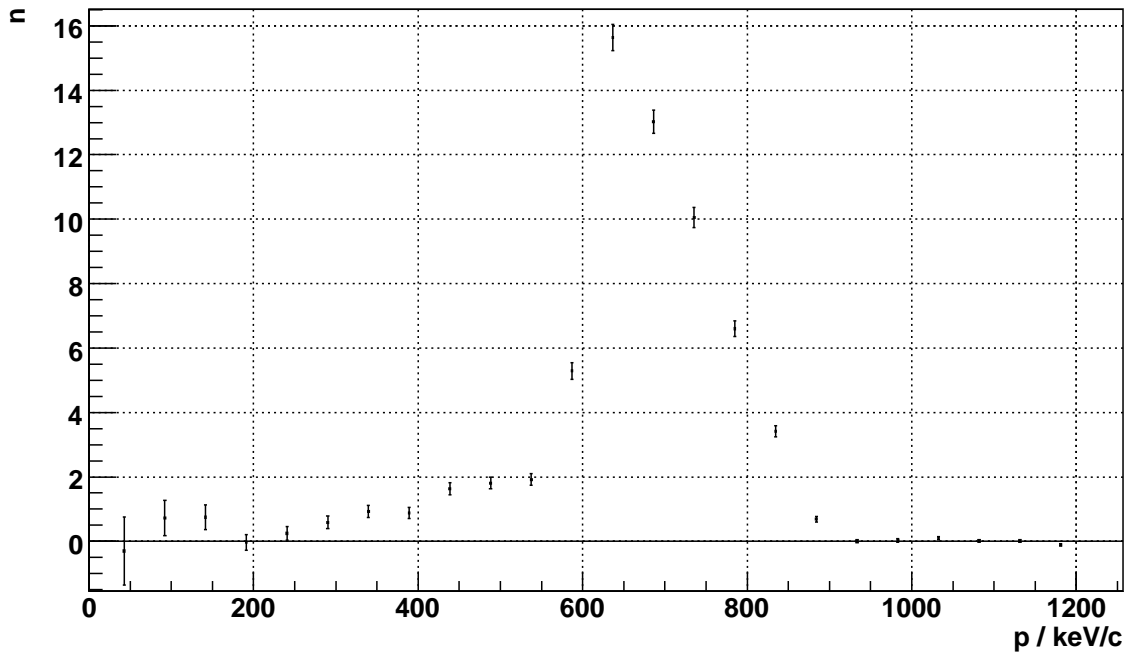


Abbildung 9: ^{22}Na -Spektrum (4% Transmission)

Fermi-Funktion fuer TI

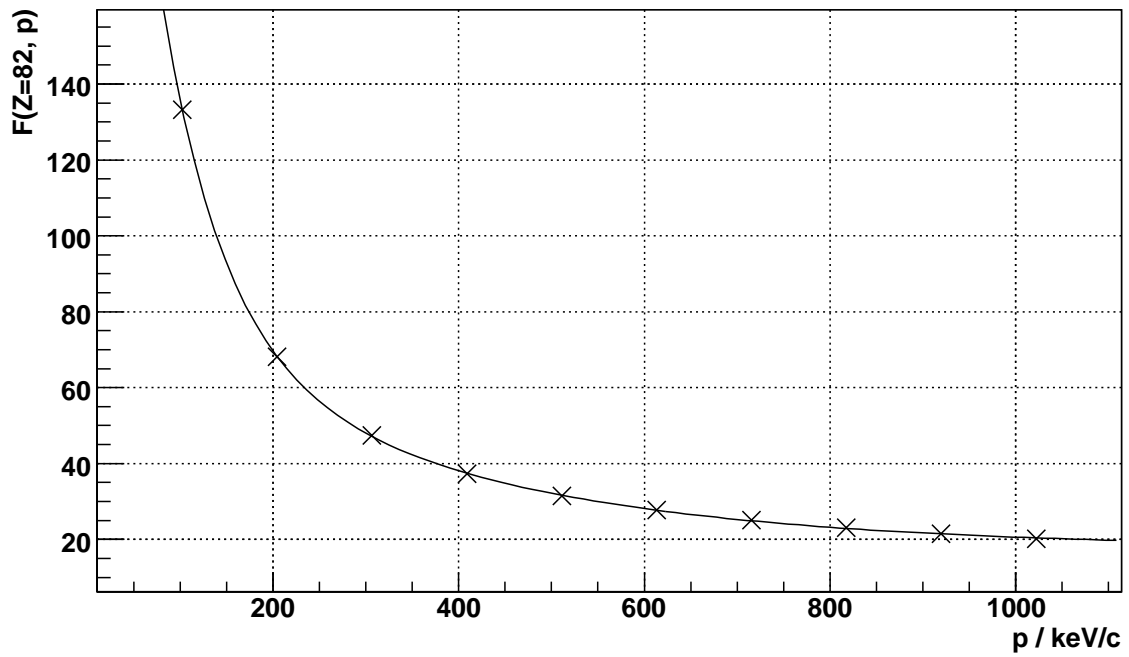


Abbildung 10: Fermi-Funktion für ^{204}Tl

Fermi-Funktion fuer Na

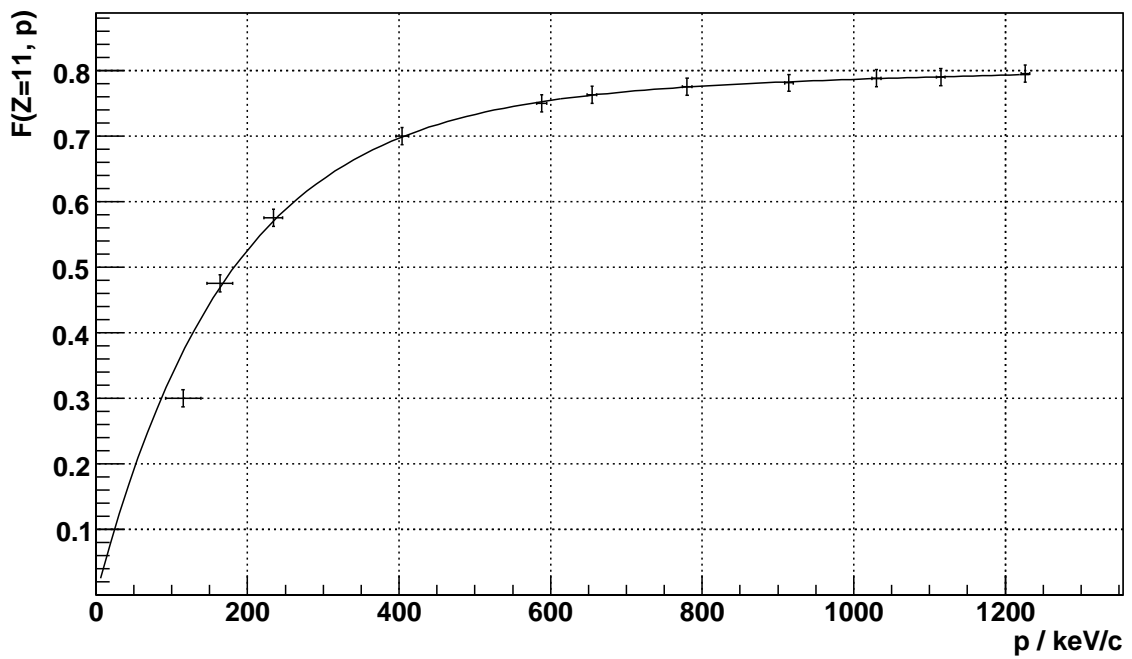


Abbildung 11: Fermi-Funktion für ^{22}Na

Kurie-Plot TI

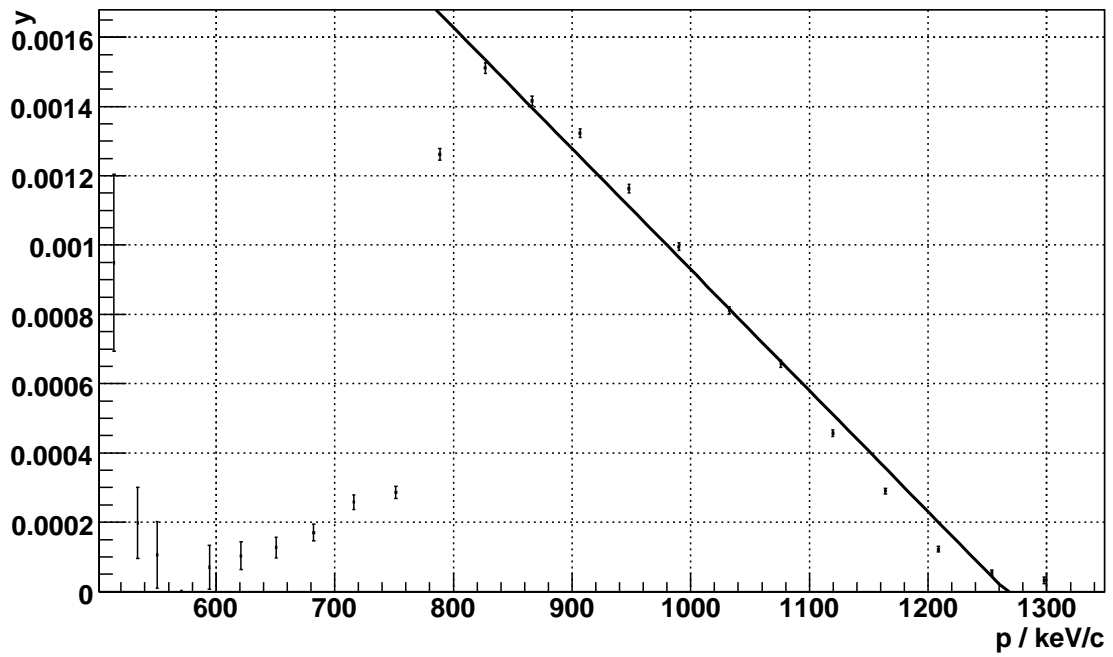


Abbildung 12: Kurie-Plot für ^{204}Tl

Kurie-Plot Na

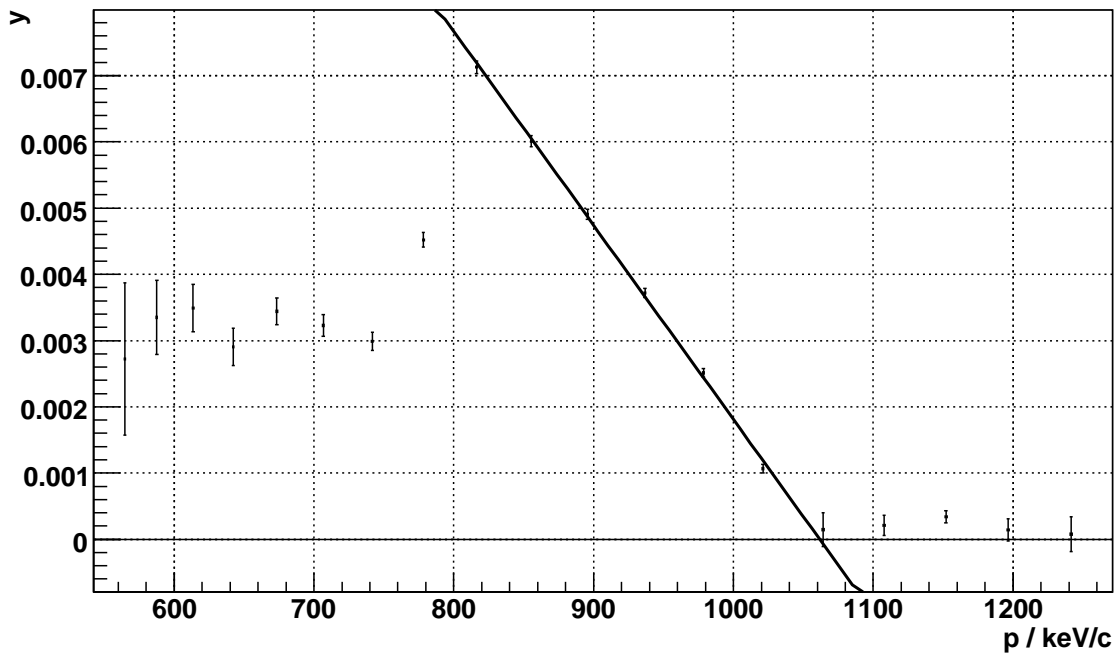


Abbildung 13: Kurie-Plot für ^{22}Na

Literatur

- [1] Versuchsbeschreibungen *Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene Teil I*
- [2] W. Rietzler, K. Kopitzki *Kernphysikalisches Praktikum*, Bonn, 1963
- [3] K. Siegbahn *Alpha-, Beta-, Gamma-Ray-Spectroscopy Volume 1*, Uppsala, 1964
- [4] R. Beck, U. Thoma *Skript zur Vorlesung Kernphysik (WS 2005/06)*
<http://hartmann.stw-bonn.de/uni/kernphysik.pdf>
- [5] R. Beck, U. Thoma *Folien zur Vorlesung Kernphysik (WS 2005/06)*
<http://www.iskp.uni-bonn.de/vorlesungen/kernphysik/>
- [6] <http://root.cern.ch>