

FP-Versuch E112

# **Zeeman- und Paschen-Back-Effekt**

Jan Hartmann      Tobias Seifen

02. August 2006

In diesem Versuch soll die Zeeman-Aufspaltung von vier Cadmium-Linien und die Paschen-Back-Aufspaltung einer Helium-Linie gemessen werden. Daraus werden dann das Bohrsche Magneton  $\mu_B$  und die spezifische Ladung  $\frac{e}{m_e}$  bestimmt.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Atome in äußeren Feldern . . . . .	3
1.1.1	Zeeman-Effekt . . . . .	3
1.1.2	Paschen-Back-Effekt . . . . .	4
1.2	Auswahlregeln und Polarisierung . . . . .	4
1.3	Beobachtete Übergänge . . . . .	4
1.3.1	Übergänge in Cadmium . . . . .	5
1.3.2	Übergänge in Helium . . . . .	6
1.3.3	Nicht aufgelöste Übergänge . . . . .	6
1.4	Lummer-Gehrke-Platte . . . . .	6
1.5	Fabry-Perot-Interferometer . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Durchführung und Auswertung</b>	<b>9</b>
2.1	Zeeman-Effekt . . . . .	9
2.1.1	Aufbau . . . . .	9
2.1.2	Magnetfeldeichung . . . . .	9
2.1.3	Messung der Zeeman-Aufspaltung . . . . .	10
2.1.4	Messung des Auflösungsvermögens der LGP . . . . .	10
2.2	Paschen-Back-Effekt . . . . .	11
2.2.1	Aufbau . . . . .	11
2.2.2	Magnetfeldeichung . . . . .	11
2.2.3	Justieren der Optik . . . . .	11
2.2.4	Messung der Polarisierung . . . . .	12
2.2.5	Messung der Paschen-Back-Aufspaltung . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Fazit</b>	<b>13</b>
<b>A</b>	<b>Tabellen</b>	<b>14</b>
<b>B</b>	<b>Abbildungen</b>	<b>16</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>18</b>

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Atome in äußeren Feldern

In äußeren Feldern, im speziellen bei diesem Versuch in einem äußeren Magnetfeld, kommt es zur Aufspaltung der Energieniveaus der Atome, die auf eine Aufhebung der  $m$ -Entartung durch das Magnetfeld zurückzuführen ist. Diese Aufspaltung lässt sich quantenmechanisch mittels Störungstheorie herleiten, indem man die Wechselwirkung mit dem Magnetfeld als Störung zum Hamiltonoperator  $H_1$  des freien Atoms betrachtet, welcher allerdings die Spin-Bahn-Wechselwirkung, ebenfalls als Störung, enthält. Eine Lösung lässt sich für zwei Näherungen finden, die im folgenden genauer beschrieben werden. Hierbei handelt es sich um den Zeeman-Effekt, der bei „schwachen“ Magnetfeldern auftritt, bei denen die Aufspaltung der Energieniveaus klein ist gegen die Feinstrukturaufspaltung durch die Spin-Bahn-Kopplung, und den Paschen-Back-Effekt, der dann auftritt, wenn das Magnetfeld stark genug ist, um die Spin-Bahn-Kopplung in erster Näherung aufzuheben. Da die Stärke der Spin-Bahn-Kopplung mit der Kernladungszahl stark zunimmt kommt es vor, dass der Paschen-Back-Effekt bei leichten Atomen schon bei Magnetfeldstärken auftritt, bei denen bei schweren Atomen noch der Zeeman-Effekt zu beobachten ist.

Der Übergangsbereich zwischen Zeeman- und Paschen-Back-Effekt ist sehr schwer zu berechnen, wird allerdings in diesem Versuch auch nicht weiter behandelt.

### 1.1.1 Zeeman-Effekt

Für kleine Magnetfelder koppelt das Magnetfeld in erster Näherung nur an das zum Gesamtdrehimpuls  $J$  gehörende mittlere magnetische Moment  $(\vec{\mu}_J)_J^1$ , die zusätzliche Energie des Atoms im Magnetfeld beträgt dann

$$V_{m_J} = -(\vec{\mu}_J)_J \cdot \vec{B} = -(\mu_J)_{J,z} \cdot B = +m_J g_J \mu_B \cdot B \quad (1)$$

$g_J$  bezeichnet den Lande-Faktor, es gilt

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (2)$$

Für  $g_J = 1$  (was genau dann auftritt, wenn  $S = 0$ ) spricht man vom normalen Zeeman-Effekt, ansonsten vom Anomalen. Diese Bezeichnung ist historisch bedingt, denn eigentlich ist der normale Zeeman-Effekt nur ein Spezialfall.

Da  $m_J$  Werte von  $-J$  bis  $+J$  annehmen kann, erfolgt eine Aufspaltung in  $2J + 1$  äquidistante Energieniveaus. Für den Abstand zweier benachbarter Niveaus gilt dann

$$\Delta E = g_J \mu_B B \quad (3)$$

---

<sup>1</sup>Aufgrund der unterschiedlichen  $g$ -Faktoren für Bahndrehimpuls ( $g_L = 1$ ) und Spin ( $g_S = 2$ ) sind  $\vec{\mu}_J$  und  $\vec{J}$  im Allgemeinen nicht parallel. Durch das äußere Magnetfeldes präzediert  $\vec{\mu}_J$  allerdings um die  $\vec{J}$ -Achse, und im zeitlichen Mittel ist nur die Projektion auf diese Achse beobachtbar:  $(\vec{\mu}_J)_J$

### 1.1.2 Paschen-Back-Effekt

Wenn das Magnetfeld ausreichend groß ist, koppelt es nicht mehr an den Gesamtdrehimpuls  $J$ , sondern jeweils getrennt an Bahndrehimpuls  $L$  und Spin  $S$ . Für die zusätzliche Energie des Atoms gilt dann

$$V_{m_S, m_L} = (g_L m_L + g_S m_S) \mu_B B \quad (4)$$

wobei  $g_L = 1$  und  $g_S = 2$ . Die Breite der Aufspaltung beträgt

$$\Delta E = (\Delta m_L + 2\Delta m_S) \mu_B B \quad (5)$$

## 1.2 Auswahlregeln und Polarisation

Atome können durch Emission oder Absorption eines Photons zwischen Energieniveaus wechseln. Bei diesen optischen Übergängen müssen allerdings bestimmte „Auswahlregeln“ eingehalten werden:

$$\begin{aligned} \Delta L &= \pm 1 &\Rightarrow \Delta J &= 0, \pm 1 \\ \Delta m_J &= 0, \pm 1 \\ \Delta m_S &= 0 \\ \Delta m_J &= 0 &\text{für } \Delta J &= 0 \end{aligned}$$

Abhängig von  $\Delta m_J$  treten unterschiedliche Polarisierungen des Lichts auf. Bei transversaler Beobachtungsrichtung:

$$\begin{aligned} \Delta m_J = \pm 1 &: \text{ linear polarisiert, senkrecht zu } B; \sigma^\pm\text{-Übergänge} \\ \Delta m_J = 0 &: \text{ linear polarisiert, in } B\text{-Richtung; } \pi\text{-Übergänge} \end{aligned}$$

Bei longitudinaler Beobachtungsrichtung sind die  $\pi$ -Übergänge nicht vorhanden, die  $\sigma^\pm$ -Übergänge sind links-/rechts-zirkular polarisiert. Diese Polarisierungen können nur im Magnetfeld beobachtet werden, da es ohne Feld zu einer Überlagerung der Polarisationsrichtungen kommt.

## 1.3 Beobachtete Übergänge

Wir beobachten den Zeeman-Effekt und den Paschen-Back-Effekt anhand von Linienaufspaltungen. Diese sind auf die Aufspaltung der Energieniveaus zurückzuführen.

Beim Zeeman-Effekt gilt für die Breite der Linienaufspaltung

$$\Delta E = (g_J m_J - g_{J'} m_{J'}) \mu_B B \quad (6)$$

Für den Paschen-Back-Effekt ist

$$\Delta E = (m_L - m_{L'} + 2m_S - 2m_{S'}) \mu_B B \quad (7)$$

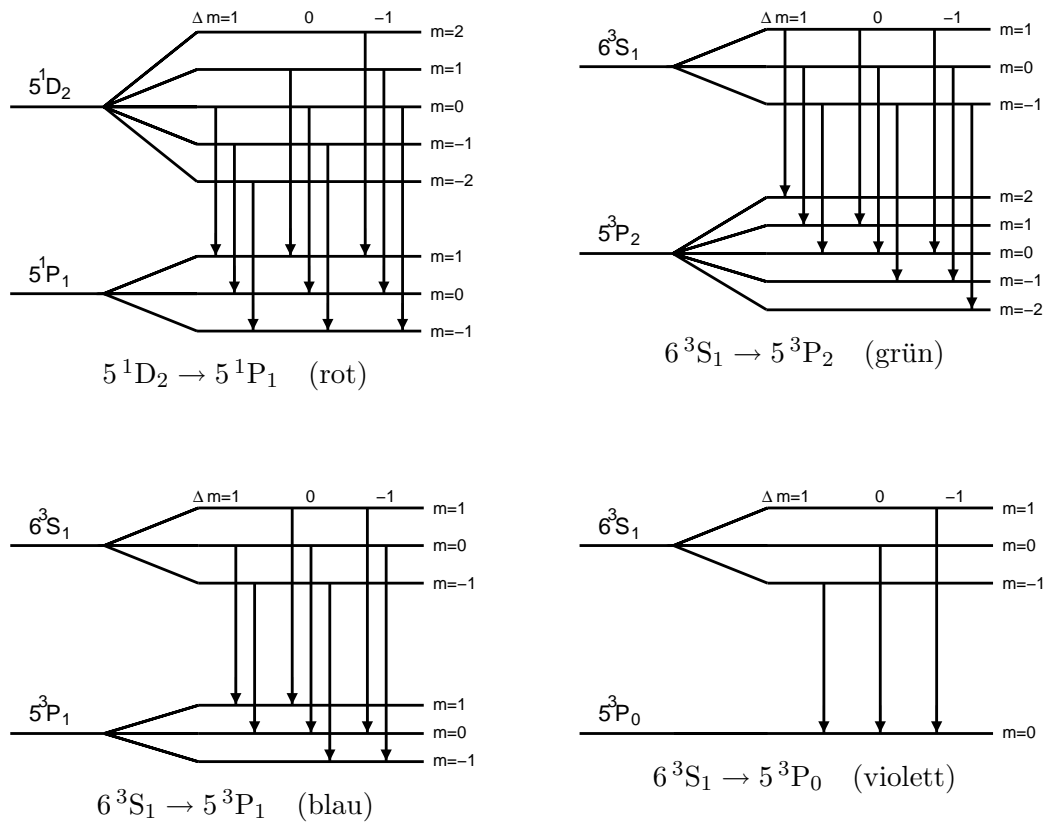


Abbildung 1: Beobachtete Übergänge beim Cadmium

### 1.3.1 Übergänge in Cadmium

Zur Messung der Zeeman-Aufspaltung beobachten wir vier Cadmiumlinien.

- die rote Linie: ein  $5^1D_2 \rightarrow 5^1P_1$ -Übergang  
Hier ist  $g_J = g_{J'} = 1$ , es fallen also jeweils drei Linien zusammen und wir erwarten nur drei Linien. Dies ist ein Beispiel für den normalen Zeeman-Effekt.
- die grüne Linie: ein  $6^3S_1 \rightarrow 5^3P_2$ -Übergang  
Hier ist  $g_J = 2$  und  $g_{J'} = \frac{3}{2}$ , es fallen also keine Linien zusammen und wir erwarten neun Linien, da das untere Niveau in fünf Linien aufspaltet.
- die blaue Linie: ein  $6^3S_1 \rightarrow 5^3P_1$ -Übergang  
Hier ist  $g_J = 2$  und  $g_{J'} = \frac{3}{2}$ , das untere Niveau spaltet aber nur in drei Linien auf, weshalb wir sieben Linien erwarten.
- die violette Linie: ein  $6^3S_1 \rightarrow 5^3P_0$ -Übergang  
Hier ist  $g_J = 2$ . Da  $J' = 0$  spaltet der untere Zustand nicht auf. Wir erwarten also drei Linien.

### 1.3.2 Übergänge in Helium

Zur Messung des Paschen-Back-Effektes beobachten wir eine Heliumlinie.

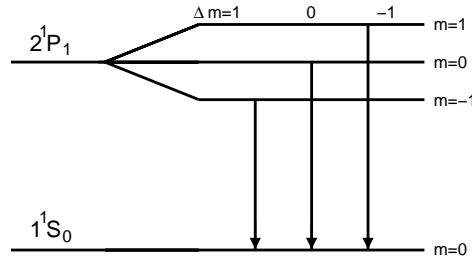


Abbildung 2: Beobachteter Übergang beim Helium

Diese gelbe Heliumlinie entsteht durch den Übergang  $2^1P_1 \rightarrow 1^1S_0$ . Da die untere Linie nicht aufspaltet ( $J = 0$ ), erwarten wir drei Linien.

### 1.3.3 Nicht aufgelöste Übergänge

Mit den verwendeten optischen Instrumenten lassen sich nicht alle Übergänge auflösen. Die Aufspaltung der  $\sigma$ - und  $\pi$ -Linien bei der grünen und blauen Cadmiumlinie sind nicht beobachtbar. Diese Übergänge können aber unter Verwendung des Linienschwerpunktes dennoch benutzt werden. Der Linienschwerpunkt lässt sich durch gewichtete Mittelung über die beteiligten Übergänge ermitteln, wobei die Gewichtung mit den Quadraten der Clebsch-Gordan-Koeffizienten  $C_{J',j_\gamma,m_{J'},m_\gamma}^{J,m_J}$  für die Kopplung von Photon und Atom im Endzustand zum Atom im Ausgangszustand erfolgt, denn diese sind proportional zur Übergangswahrscheinlichkeit und damit zur Intensität der Linie. Für das Photon gilt  $j_\gamma = 1$  und  $m_\gamma = \Delta m$ .

Mit dem Faktor  $G$ , wobei

$$G := \begin{cases} \sum_{\text{Übergänge}} (g_J m_J - g_{J'} m_{J'}) \left( C_{J',1,m_{J'},\Delta m}^{J,m_J} \right)^2 & \text{für nicht aufgelöste Übergänge} \\ (g_J m_J - g_{J'} m_{J'}) & \text{für aufgelöste Übergänge} \end{cases}$$

lässt sich die Energieaufspaltung der Übergänge einheitlich schreiben als

$$\Delta E = G \mu_B B \quad (8)$$

Für  $G < 0$  wird auch  $\Delta E$  negativ. Da wir jedoch in diesem Versuch nicht zwischen der Linie mit größerer und der mit kleinerer Wellenlänge unterscheiden, sondern uns lediglich für den Betrag der Aufspaltung interessieren, genügt es,  $G$  und  $\Delta E$  immer positiv anzugeben.

### 1.4 Lummer-Gehrke-Platte

Die Lummer-Gehrke-Platte (LGP) ist ein hochauflösendes Interferometer, das im wesentlichen aus einer planparallelen Platte besteht. Mittels eines aufgesetzten Prismas wird ein einfallender Lichtstrahl fast unter dem Winkel der Totalreflektion in die Platte gelenkt. Das

bedeutet, dass nur ein kleiner Bruchteil des Strahl transmittiert wird und fast der gesamte Strahl an Ober- und Unterseite der Platte reflektiert wird. Es treten also viele parallele Strahlen aus, die dann interferieren.

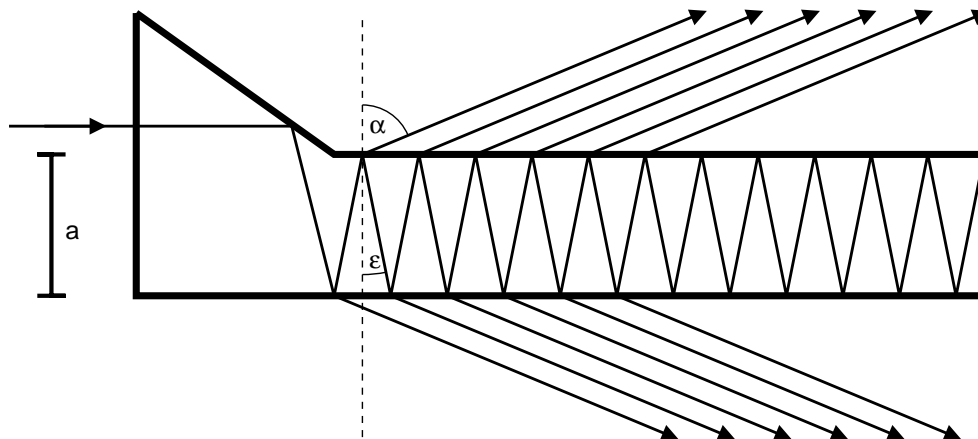


Abbildung 3: Schematischer Aufbau einer Lummer-Gehrke-Platte

Der Gangunterschied zweier benachbarter Strahlen ist nun

$$\Delta s = \frac{2na}{\cos \varepsilon} - 2a \tan \varepsilon \sin \alpha = \frac{2na}{\cos \varepsilon} \left( 1 - \sin \varepsilon \frac{\sin \alpha}{n} \right) = \frac{2na}{\cos \varepsilon} (1 - \sin^2 \varepsilon) = 2na \cos \varepsilon \quad (9)$$

Ein Maximum der Ordnung  $k$  ist zu sehen, wenn gilt

$$k\lambda = \Delta s = 2na \cos \varepsilon = 2na \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon} = 2a \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \quad (10)$$

Um Licht zweier Wellenlängen noch trennen zu können, müssen sie den Abstand  $\Delta\lambda$  haben,  $\Delta\lambda$  bezeichnet man auch als Dispersionsbereich. Fällt das  $k$ -te Maximum der Wellenlänge  $\lambda + \Delta\lambda$  mit dem  $(k + 1)$ -ten der Wellenlänge  $\lambda$  zusammen, so gilt

$$k(\lambda + \Delta\lambda) = (k + 1)\lambda \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{k} \quad \text{mit (10) folgt}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2a\sqrt{n^2 - 1}}, \quad \sin \alpha \approx 1 \quad (11)$$

Zur Bestimmung des Abstands  $\delta\lambda$  zweier Wellenlängen benutzt man die Relation

$$\frac{\delta\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} \quad (12)$$

hierbei ist  $\Delta\alpha$  der Winkelabstand zweier Maxima der unaufgespaltenen Linie,  $\delta\alpha$  der Winkelabstand zwischen der unaufgespaltenen Linie und der aufgespaltenen Linie und  $\Delta\lambda$  der Dispersionsbereich.

Mit  $\delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda$  und (12) lässt sich (11) auf Frequenzen umschreiben

$$\delta\nu = \frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} \frac{c}{2a\sqrt{n^2 - 1}} \quad (13)$$

Für das Auflösungsvermögen  $A$  der LGP gilt

$$A = Nk = \frac{L}{2a \tan \varepsilon} \frac{2a\sqrt{n^2 - 1}}{\lambda} = \frac{L}{\lambda} (n^2 - 1) \quad (14)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Lichtstrahlen ist, und  $L$  die Länge der LGP.

### 1.5 Fabry-Perot-Interferometer

Das Fabry-Perot-Interferometer (FPI) funktioniert auf ähnliche Weise wie die LGP. Der einfallende Lichtstrahl wird zwischen zwei halbverspiegelten Glasplatten reflektiert. Da die Reflektivität nicht ganz 1 ist, wird jeweils ein Teil des Strahls transmittiert. Diese Strahlen können dann wie bei der LGP interferieren.

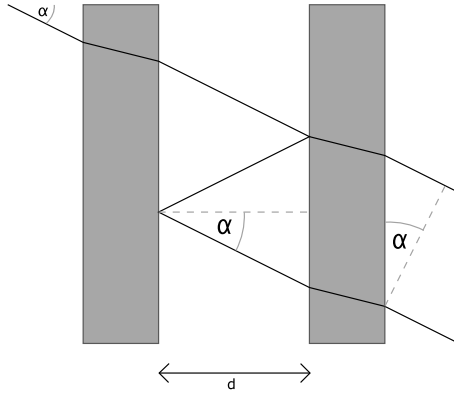


Abbildung 4: Schematischer Aufbau des Fabry-Perot-Interferometers

Die Bedingung für Maxima ist analog zur LGP

$$k\lambda = \Delta s = 2d \cos \alpha \quad (15)$$

Für den Dispersionsbereich gilt

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d \cos \alpha} \approx \frac{\lambda^2}{2d} \quad (16)$$

da das Licht nahezu senkrecht einfällt  $\alpha \approx 0^\circ$

Umgeschrieben auf Frequenzen

$$\delta\nu = \frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} \frac{c}{2d} \quad (17)$$

## 2 Durchführung und Auswertung

Alle Fehler wurden, sofern nicht anders vermerkt, nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

### 2.1 Zeeman-Effekt

#### 2.1.1 Aufbau

Zur Untersuchung des Zeeman-Effekts wird die Aufspaltung von vier Linien einer Cd-Lampe im Magnetfeld beobachtet. Das Magnetfeld wird erzeugt von zwei Spulen um ein Eisenjoch in Form eines Hufeisens, dessen Polschuhe ein in einem Volumen von ca.  $1\text{ cm}^3$  annähernd homogenes Magnetfeld erzeugen, in welches die Cd-Lampe platziert wird. Als Interferometer zur Beobachtung der Cd-Linien kommt dabei eine Lummer-Gehrke-Platte zum Einsatz, deren Interferenzbild mit einem Fernrohr beobachtet werden kann.

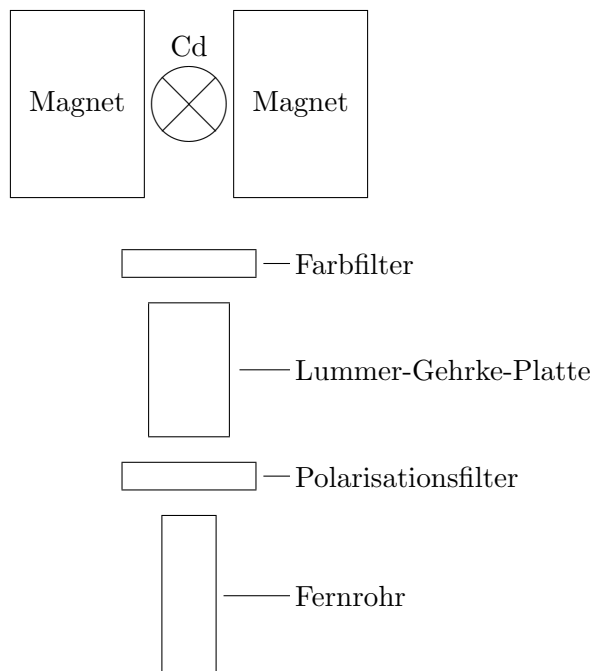


Abbildung 5: Versuchsaufbau Zeeman-Effekt

#### 2.1.2 Magnetfeldeichung

Zunächst wurde das Magnetfeld mittels einer Hallsonde geeicht. Dazu wurde die Sonde anstelle der Lampe zwischen die Polschuhe gestellt und bei verschiedenen Stromstärken das Magnetfeld gemessen. Die Sonde wurde so positioniert, dass der Ausschlag der Anzeige maximal war. Die Hallsonde gibt die Stärke des Feldes in Skalenteilen an, nach [1] lässt sich dieser Wert mit Hilfe des Faktors  $0,00979$  in Tesla umrechnen. Die Messung des Magnetfeldes wurde mit steigender und mit fallender Stromstärke durchgeführt. Da sich

die Werte für das Magnetfeld kaum unterscheiden, können Hystereseeffekte vernachlässigt werden.

Als Fehler für das Magnetfeld  $B$  [Skt.] wurde  $\Delta B = 2$  Skt. angenommen. Dieser beinhaltet sowohl Ablesefehler als auch Inhomogenitäten im Raumgebiet der Lampe. An die Messwerte wurde ein Polynom 3. Grades gefittet. Die Messwerte sind in Tabelle 1 dokumentiert und in Abbildung 7 aufgetragen, die Parameter des Fits finden sich in Tabelle 2.

### 2.1.3 Messung der Zeeman-Aufspaltung

Da das Justieren der Geräte hier nicht nötig war, konnte sofort mit der Messung begonnen werden. Mittels Farbfilter wurde jeweils nur eine der vier Cadmiumlinien beobachtet. Durch einen Polfilter wurde darüber hinaus die  $\pi$ -Linie ausgeblendet, damit nur die  $\sigma$ -Linien zu sehen sind. Die Aufspaltung der  $\sigma$ -Linien bei der grünen und blauen Linie konnte nicht aufgelöst werden, hier muss also der Linienschwerpunkt berechnet werden. Das Magnetfeld wurde dann so eingestellt, dass die Linien äquidistant zu sehen waren, dann ist  $\frac{\Delta\alpha}{\delta\alpha} = \frac{1}{4}$ , oder dass zwei Linien unterschiedlicher Ordnung aufeinander fielen, dann ist  $\frac{\Delta\alpha}{\delta\alpha} = \frac{1}{2}$ . Diese Einstellungen wurden gewählt, da sie sich (mehr oder weniger) gut einstellen lassen. Als Fehler für  $\frac{\Delta\alpha}{\delta\alpha}$  wurde  $\Delta\frac{\Delta\alpha}{\delta\alpha} = 0,05$  angenommen.

Gemessen wurde die Stromstärke bei den entsprechenden Einstellungen von  $\frac{\Delta\alpha}{\delta\alpha}$  (mit einem Fehler von  $\Delta I = 0,2$  A). Diese kann dann mit dem Fitpolynom  $B(I)$  in eine Magnetfeldstärke umgerechnet werden, wobei für deren Fehler  $\Delta B$  gilt:

$$\Delta B = \sqrt{\left(\Delta I \cdot \frac{\partial B(I)}{\partial I}\right)^2 + (\Delta B_{\text{Fit}})^2} \quad (\text{für } \Delta B_{\text{Fit}} \text{ siehe Table 2)}$$

$G$  kann für die Linien jeweils berechnet werden. Aus (8) und (13) folgt mit  $E = h\nu$

$$\mu_B = \frac{\Delta\alpha}{\delta\alpha} \frac{h}{G B} \frac{c}{2a\sqrt{n^2 - 1}} \quad (18)$$

Hierbei ist  $n = 1,4567$  und  $a = 4,04$  mm. Unsere Messwerte können in Tabelle 3 nachgelesen werden. Als Mittelwert unserer Messungen ergibt sich

$$\mu_B = (10,7 \pm 1,5) \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

Dieser Wert lässt sich zwar mit dem Literaturwert

$$\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

vereinigen, aber es fällt auf, dass unsere Werte alle zu groß sind, was auf einen systematischen Fehler schließen lässt. Wahrscheinlich haben wir die Hall-Sonde bei der Magnetfeldeichung nicht richtig platziert und daher zu kleine Magnetfeldstärken gemessen.

### 2.1.4 Messung des Auflösungsvermögens der LGP

Um das Auflösungsvermögen der LGP zu bestimmen, wurde die rote Cadmiumlinie benutzt (644,03 nm), da ihre Aufspaltung durch den normalen Zeeman-Effekt zustande kommt und

deshalb eine geringere intrinsische Unschärfe hat. Das Magnetfeld wurde so eingestellt, dass die beiden  $\sigma$ -Linien gerade noch getrennt gesehen werden. Das ist bei  $I = (4,5 \pm 0,5) \text{ A}$  der Fall  $\Rightarrow B = (0,29 \pm 0,04) \text{ T}$ . Der relativ große Fehler von  $I$  ist auf Unsicherheiten beim Einstellen zurückzuführen, da dieses auf subjektives Empfinden beruht.

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \stackrel{(12)}{=} \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \frac{\Delta\alpha}{\delta\alpha} \quad (19)$$

Mit (18) und (11) folgt

$$A = \frac{hc}{\mu_B} \frac{1}{\lambda G B} \quad (20)$$

Da  $G = 1$  und  $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$  ist  $A = (1,16 \pm 0,14) \cdot 10^5$ .

Der aus (14) theoretisch erwartete Wert ist  $A = 2,09 \cdot 10^5$ ; ( $n = 1,4567$  und  $L = 12 \text{ cm}$ ). Diese deutliche Abweichung führen wir darauf zurück, dass sich der theoretische Wert nur auf die LGP bezieht und weder eine Dopplerverbreiterung der Linien noch das Fernrohr berücksichtigt.

## 2.2 Paschen-Back-Effekt

### 2.2.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau zur Untersuchung des Paschen-Back-Effektes ähnelt dem zum Zeeman-Effekt, allerdings weisen die Polschuhe des Magneten eine Bohrung auf, um nicht nur transversal, sondern auch longitudinal beobachten zu können. Als Lampe kommt diesmal eine He-Lampe zum Einsatz, die Cd-Lampe wird lediglich zur Kalibration der Beobachtungsoptik verwendet, da die He-Lampe alle zwei Minuten für zwei Minuten zum Abkühlen ausgeschaltet werden muss. Zur Messung der in longitudinaler Richtung zirkular polarisierten  $\sigma$ -Linien wird ein  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und ein Polarisationsfilter benutzt.

### 2.2.2 Magnetfeldeichung

Die Magnetfeldeichung erfolgt hier völlig analog zur Eichung beim Zeeman-Effekt. Als Fehler für das Magnetfeld  $B$  [Skt.] haben wir  $\Delta B = 2 \text{ Skt.}$  angenommen. Dieser beinhaltet sowohl Ablesefehler als auch Inhomogenitäten im Raumgebiet der Lampe. Die Messwerte sind in Tabelle 4 aufgeführt. An die Messwerte wurde diesmal Polynom 4. Grades gefittet, da dieses die Messkurve deutlich besser beschreibt. Die Parameter finden sich in Tabelle 5 und die Messkurve ist in Abbildung 8 dargestellt.

### 2.2.3 Justieren der Optik

Im Gegensatz zum Versuchsteil über den Zeeman-Effekt muss die Beobachtungsoptik für den Paschen-Back-Effekt noch justiert werden. Justiert wurde in longitudinaler Richtung, vgl. Aufbau in Abbildung 6. Zunächst wurde nur mit Fernrohr, FPI und Linse justiert. Dazu wurde die Linse so in den Strahlengang gebracht, dass auch die rote Cadmium-Linie deutlich erkennbar war. Danach wurden Polfilter,  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und Gelbfilter in den Strahlengang gesetzt.

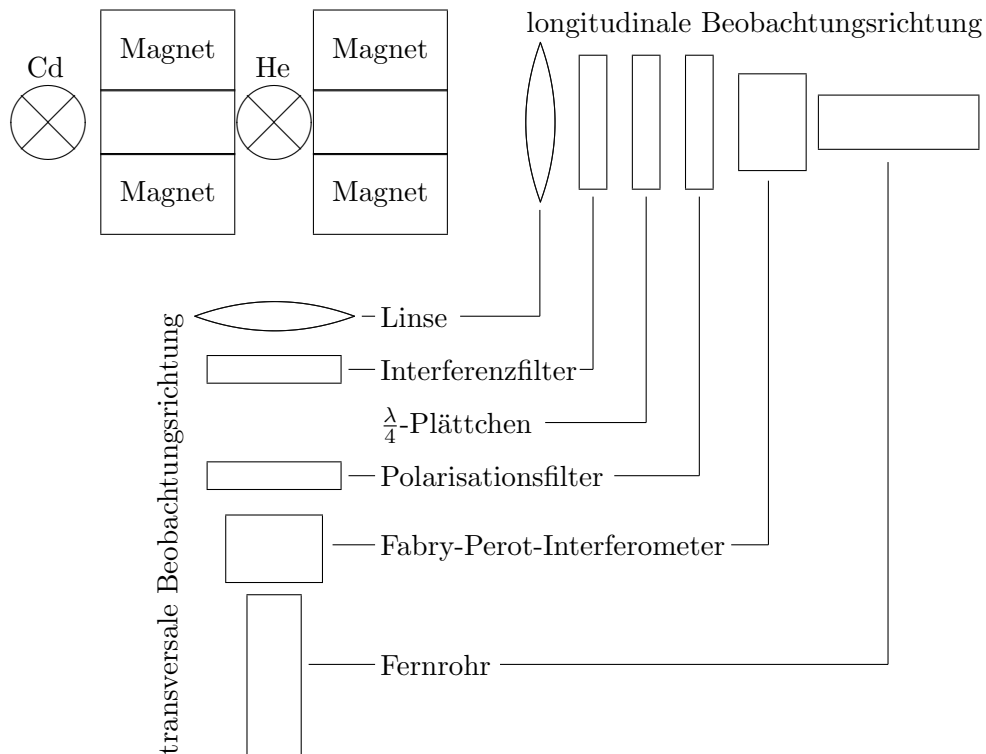


Abbildung 6: Versuchsaufbau Paschen-Back-Effekt

Für die Beobachtung in transversaler Richtung verzichteten wir auf den Kollimator, da er die Intensität deutlich herabsetzte und eine Beobachtung deshalb unmöglich machte. Das  $\lambda/4$ -Plättchen wurde bei dieser Beobachtungsrichtung nicht benötigt.

### 2.2.4 Messung der Polarisation

Um die Polarisation der beiden  $\sigma$ -Linien in longitudinaler Richtung zu messen, wurde das Magnetfeld so eingestellt, dass die beiden Linien getrennt gesehen, aber noch einer Ordnung zugeordnet werden konnten. Dann wurde das  $\lambda/4$ -Plättchen relativ zum Polarisationsfilter verdreht. Bei einem Winkel von  $+45^\circ$  (blauer Pfeil links oben) war nur noch die innere Linie zu sehen, bei  $+135^\circ$  (Pfeil links unten) nur die äußere. Da im FPI höherenergetisches Licht stärker gebrochen wird, ist die  $\sigma^+$ -Linie (linkszirkular) also die höherenergetische und die  $\sigma^-$ -Linie (rechtszirkular) die niederenergetische Linie. Nach [1] haben wir entgegen der Magnetfeldrichtung beobachtet.

### 2.2.5 Messung der Paschen-Back-Aufspaltung

Hier wurde ähnlich wie in 2.1.3 vorgegangen, es wurde jedoch nur die Aufspaltung einer Linie gemessen, diese allerdings in longitudinaler sowie in transversaler Richtung. In transversaler Richtung wurde wieder mit einem Polfilter die  $\pi$ -Linie ausgeblendet, in longitudinaler Richtung ist das nicht notwendig, da es keine longitudinale  $\pi$ -Linie gibt.

$\mu_B$  ergibt sich aus (5) und (17) mit  $\Delta m_S = 0$

$$\mu_B = \frac{h}{B \Delta m_L} \frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} \frac{c}{2d} \quad (21)$$

Unsere Werte und deren Fehler finden sich in Tabelle 6,  $d = (8,000 \pm 0,005)$  mm und  $\Delta m_L = 1$ .

Aus  $\mu_B = \frac{e}{2m_e} \hbar$  lässt sich die spezifische Ladung des Elektrons berechnen

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2}{\hbar} \mu_B \quad (22)$$

Bei der Messung fiel auf, dass  $\frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} = \frac{1}{2}$  deutlich ungenauer einzustellen war als  $\frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} = \frac{1}{4}$ . Als Mittelwert über alle vier Messungen erhalten wir  $\mu_B = (11,3 \pm 3,5) \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$ , bei Mittelung über die beiden deutlich genaueren Messungen mit  $\frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} = \frac{1}{4}$  erhalten wir

$$\mu_B = (10,4 \pm 3,1) \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

Dieser Wert ist deutlich besser mit dem Literaturwert ( $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$ ) vereinbar, daher verwerfen wir in der weiteren Auswertung die beiden Messungen mit  $\frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha} = \frac{1}{2}$ . Allerdings fällt auch hier auf, dass der gemessene Wert für  $\mu_B$  genau wie beim Zeeman-Effekt deutlich zu groß ist, höchstwahrscheinlich aus dem selben Grund, da die Magnetfeldeichung wieder auf gleiche Weise durchgeführt wurde.

Für die spezifische Ladung erhalten wir

$$\frac{e}{m_e} = (1,98 \pm 0,59) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

was natürlich auch zu groß ist, da es sich nur um Konstanten von  $\mu_B$  unterscheidet.

$$\text{Literaturwert: } \frac{e}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

### 3 Fazit

Dieser Versuch zeigt sehr schön das Verhalten von Atomen in Magnetfeldern. Die Aufspaltung der Linien bei steigendem Magnetfeld ist besonders beim Zeeman-Effekt sehr gut zu beobachten.

Unsere Messungen liefern akzeptable Werte, die innerhalb ihrer Fehler mit den Literaturwerten vereinbar sind. Allerdings beruht vieles in diesem Versuch auf subjektiven Einstellungen, was relativ große Fehler bedingt.

## A Tabellen

$\frac{I}{\text{A}}$	$\frac{\Delta I}{\text{A}}$	$I$ steigend				$I$ fallend			
		$\frac{B}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta B}{\text{Skt.}}$	$\frac{B}{\text{T}}$	$\frac{\Delta B}{\text{T}}$	$\frac{B}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta B}{\text{Skt.}}$	$\frac{B}{\text{T}}$	$\frac{\Delta B}{\text{T}}$
2	0,2	12	2	0,12	0,02	10	2	0,10	0,02
3	0,2	20	2	0,20	0,02	18	2	0,18	0,02
4	0,2	27	2	0,26	0,02	26	2	0,25	0,02
5	0,2	32	2	0,31	0,02	32	2	0,31	0,02
6	0,2	40	2	0,39	0,02	40	2	0,39	0,02
7	0,2	46	2	0,45	0,02	46	2	0,45	0,02
8	0,2	52	2	0,51	0,02	52	2	0,51	0,02
9	0,2	56	2	0,55	0,02	56	2	0,55	0,02
10	0,2	60	2	0,59	0,02	60	2	0,59	0,02
11	0,2	62	2	0,61	0,02	62	2	0,61	0,02
12	0,2	63	2	0,62	0,02				

Tabelle 1: Magnetfeldeichung (Zeeman-Effekt): Messwerte

Fit-Funktion:	$B(I) = a_0 + a_1 I + a_2 I^2 + a_3 I^3$
Parameter:	$a_0 = (-0,01 \pm 0,05) \text{ T}$ $a_1 = (0,056 \pm 0,028) \frac{\text{T}}{\text{A}}$ $a_2 = (0,004 \pm 0,005) \frac{\text{T}}{\text{A}^2}$ $a_3 = (-0,00034 \pm 0,00022) \frac{\text{T}}{\text{A}^3}$
Korrelationsmatrix:	$M = \begin{pmatrix} 1,000 & -0,969 & 0,922 & -0,875 \\ -0,969 & 1,000 & -0,986 & 0,958 \\ 0,922 & -0,986 & 1,000 & -0,992 \\ -0,875 & 0,958 & -0,992 & 1,000 \end{pmatrix}$
Fehler durch Fit:	$(\Delta B_{\text{Fit}})^2 = \sum_{i,j} M_{ij} \cdot \Delta a_i \frac{\partial B}{\partial a_i} \cdot \Delta a_j \frac{\partial B}{\partial a_j}$

Tabelle 2: Magnetfeldeichung (Zeeman-Effekt): Fit mit ROOT

Filter	$\frac{\lambda}{\text{nm}}$	$\frac{I}{\text{A}}$	$\frac{\Delta I}{\text{A}}$	$\frac{B}{\text{T}}$	$\frac{\Delta B}{\text{T}}$	$\frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha}$	$\Delta \frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha}$	$G$	$\frac{\mu_B}{10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}}$	$\frac{\Delta\mu_B}{10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}}$
rot 1	644,03	9,6	0,2	0,588	0,015	0,25	0,05	1	9,9	2,0
rot 2	644,03	10,5	0,2	0,614	0,014	0,25	0,05	1	9,5	1,9
grün	508,73	6,9	0,2	0,457	0,016	0,25	0,05	1,25	10,2	2,1
blau	480,13	5,1	0,2	0,340	0,016	0,25	0,05	1,75	9,8	2,0
blau	480,13	11	0,2	0,624	0,014	0,5	0,05	1,75	10,6	1,1
violett	467,95	4	0,2	0,264	0,016	0,25	0,05	2	11,0	2,3
violett	467,95	8	0,2	0,518	0,015	0,5	0,05	2	11,2	1,2

Tabelle 3: Zeeman-Aufspaltung: Messwerte

$\frac{I}{\text{A}}$	$\frac{\Delta I}{\text{A}}$	$I$ steigend				$I$ fallend			
		$\frac{B}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta B}{\text{Skt.}}$	$\frac{B}{\text{T}}$	$\frac{\Delta B}{\text{T}}$	$\frac{B}{\text{Skt.}}$	$\frac{\Delta B}{\text{Skt.}}$	$\frac{B}{\text{T}}$	$\frac{\Delta B}{\text{T}}$
0,5	0,2	12	2	0,12	0,02	14	2	0,14	0,02
1	0,2	26	2	0,25	0,02	28	2	0,27	0,02
1,5	0,2	39	2	0,38	0,02	40	2	0,39	0,02
2	0,2	49	2	0,48	0,02	50	2	0,49	0,02
3	0,2	58	2	0,57	0,02	58	2	0,57	0,02
4	0,2	63	2	0,62	0,02	64	2	0,63	0,02
5	0,2	68	2	0,67	0,02	68	2	0,67	0,02
6	0,2	70	2	0,69	0,02	71	2	0,7	0,02
7	0,2	73	2	0,71	0,02	74	2	0,72	0,02
8	0,2	76	2	0,74	0,02	76	2	0,74	0,02
9	0,2	78	2	0,76	0,02				

Tabelle 4: Magnetfeldeichung (Paschen-Back-Effekt): Messwerte

Fit-Funktion:	$B(I) = b_0 + b_1 I + b_2 I^2 + b_3 I^3 + b_4 I^4$
Parameter:	$b_0 = (-0,05 \pm 0,04) \text{ T}$ $b_1 = (0,41 \pm 0,04) \frac{\text{T}}{\text{A}}$ $b_2 = (-0,091 \pm 0,015) \frac{\text{T}}{\text{A}^2}$ $b_3 = (0,0096 \pm 0,0022) \frac{\text{T}}{\text{A}^3}$ $b_4 = (-0,00038 \pm 0,00012) \frac{\text{T}}{\text{A}^4}$
Korrelationsmatrix:	$M = \begin{pmatrix} 1,000 & -0,858 & 0,689 & -0,554 & 0,451 \\ -0,858 & 1,000 & -0,950 & 0,858 & -0,764 \\ 0,689 & -0,950 & 1,000 & -0,973 & 0,919 \\ -0,554 & 0,858 & -0,973 & 1,000 & -0,984 \\ 0,451 & -0,764 & 0,919 & -0,984 & 1,000 \end{pmatrix}$
Fehler durch Fit:	$(\Delta B_{\text{Fit}})^2 = \sum_{i,j} M_{ij} \cdot \Delta b_i \frac{\partial B}{\partial b_i} \cdot \Delta b_j \frac{\partial B}{\partial b_j}$

Tabelle 5: Magnetfeldeichung (Paschen-Back-Effekt): Fit mit ROOT

Messrichtung	$\frac{I}{\text{A}}$	$\frac{\Delta I}{\text{A}}$	$\frac{B}{\text{T}}$	$\frac{\Delta B}{\text{T}}$	$\frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha}$	$\Delta \frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha}$	$\frac{\mu_B}{10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}}$	$\frac{\Delta\mu_B}{10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}}$	$\frac{e}{m} \frac{\text{As}}{\text{kg}}$	$\frac{\Delta e}{m} \frac{\text{As}}{\text{kg}}$
Longitudinal	1,1	0,2	0,3	0,07	0,25	0,05	10,5	3,1	1,98	0,59
	2,1	0,2	0,48	0,05	0,5	0,15	12,9	4,2	2,45	0,79
Transversal	1,1	0,2	0,3	0,07	0,25	0,05	10,5	3,1	1,98	0,59
	2,2	0,2	0,49	0,05	0,5	0,15	12,6	4,0	2,38	0,76

Tabelle 6: Paschen-Back-Aufspaltung: Messwerte

## B Abbildungen

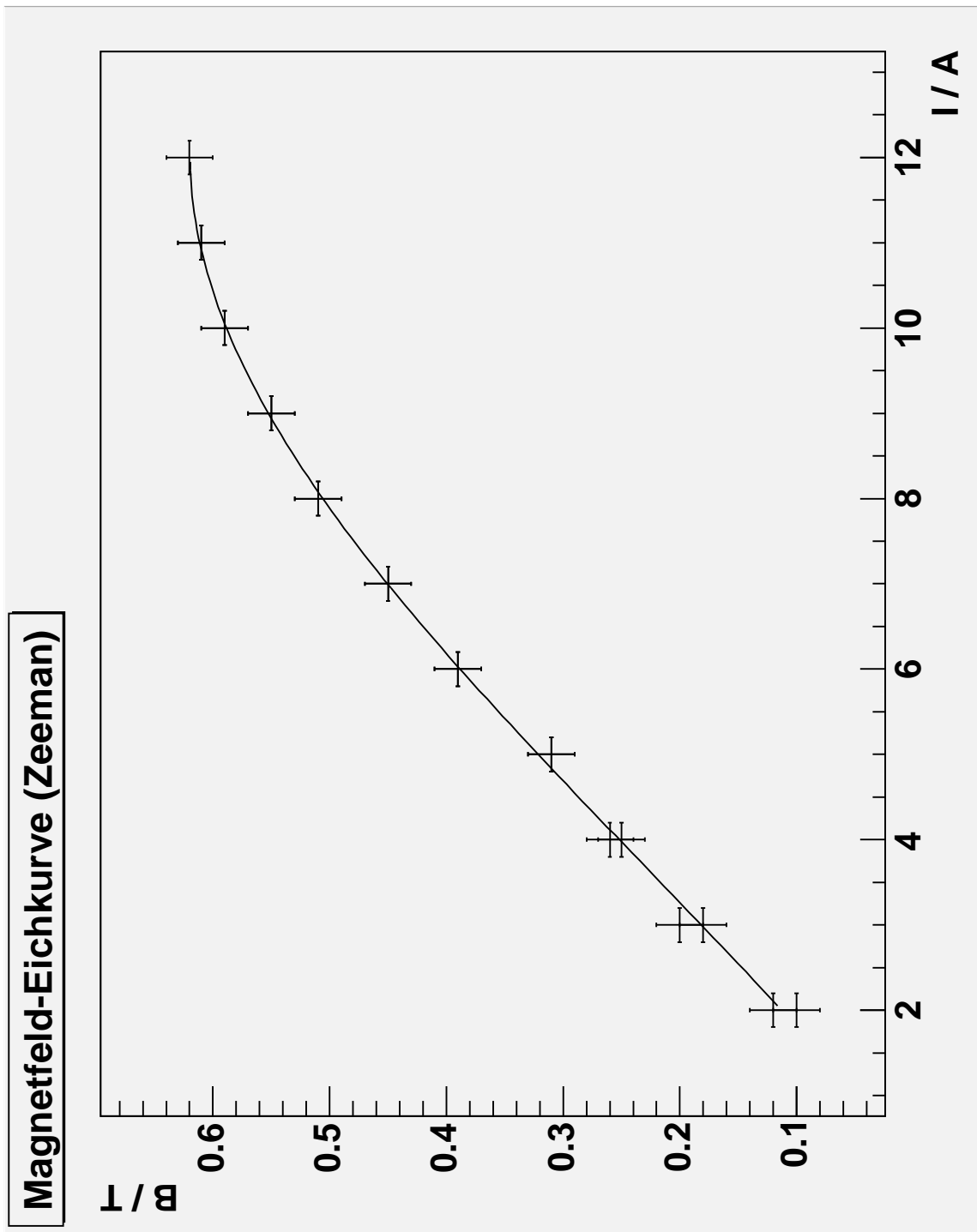


Abbildung 7: Eichkurve  $B(I)$  für den Zeeman-Effekt

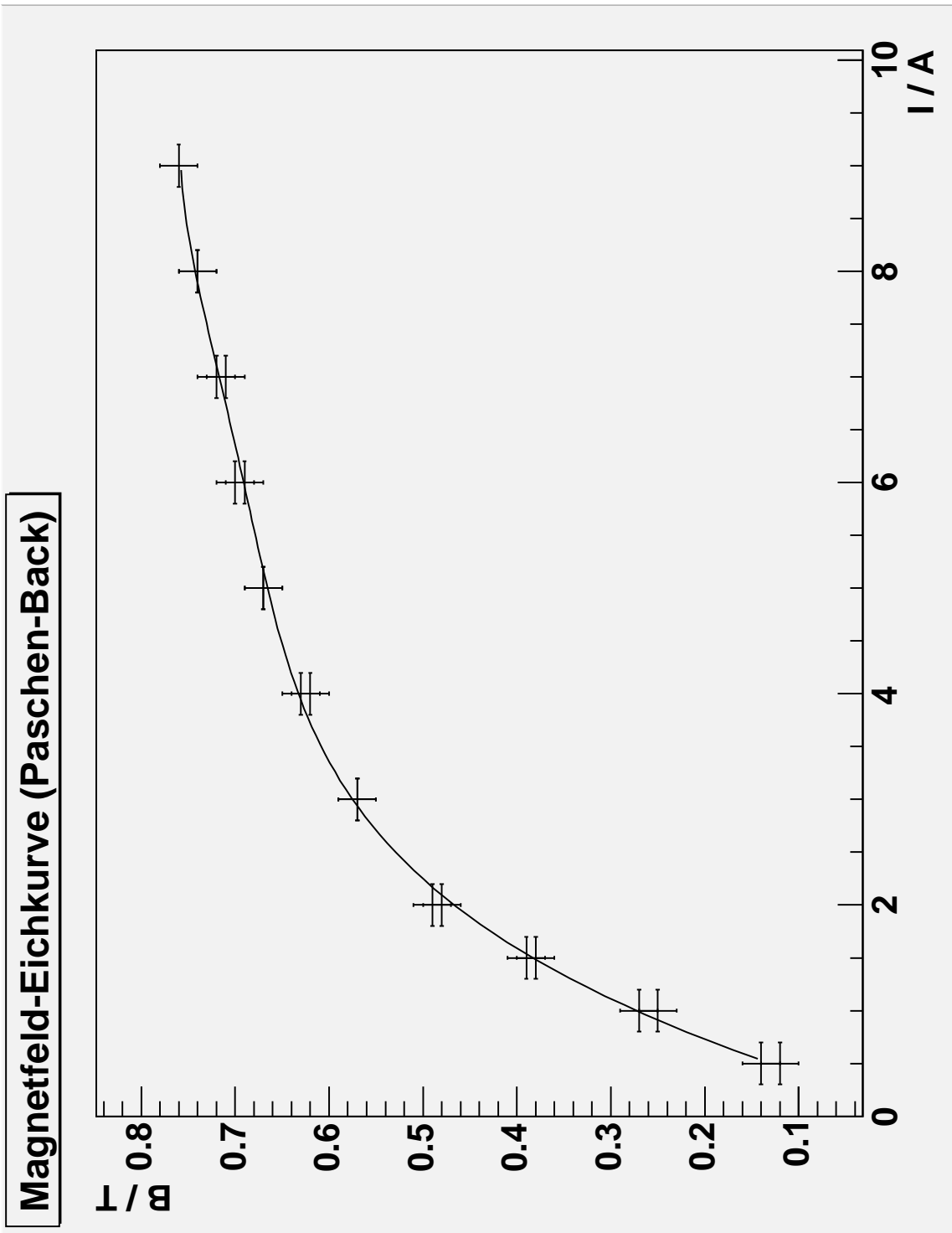


Abbildung 8: Eichkurve  $B(I)$  für den Paschen-Back-Effekt

## Literatur

- [1] K. Weber: *Optische Untersuchungen von Atomen im magnetischen Feld*  
Staatsexamensarbeit
- [2] Versuchsbeschreibungen *Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene Teil I*