

# **FP-Versuch E103**

## **Franck-Hertz-Versuch**

Jan Hartmann      Tobias Seifen

17. August 2006

Ziel dieses Versuches ist es, das erstmals von James Franck und Gustav Hertz 1913 durchgeführte Franck-Hertz-Experiment durchzuführen. Mit diesem Experiment wurde erstmals gezeigt, dass Atome durch Stöße nur quantisiert angeregt werden können. Das Experiment stellt somit eine experimentelle Bestätigung für das Bohrsche Atommodell dar und ist ein bedeutender Beitrag zum Verständnis des Atomaufbaus.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Triode . . . . .	3
1.2	Franck-Hertz-Röhre . . . . .	3
1.2.1	Anodenstrom . . . . .	3
1.2.2	Ausgesendetes Licht . . . . .	4
1.3	Photomultiplier . . . . .	4
1.4	Mittlere freie Weglänge . . . . .	5
1.5	Mittlere Stoßzeit . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Durchführung und Auswertung</b>	<b>6</b>
2.1	Aufbau . . . . .	6
2.2	Messung . . . . .	7
2.2.1	Temperaturabhängigkeit des Anodenstroms . . . . .	7
2.2.2	Abhängigkeit des Anodenstroms von der Gegenspannung . . . . .	7
2.2.3	Die Lichtstromkurven . . . . .	7
2.3	Auswertung . . . . .	8
2.3.1	Bestimmung der Anregungsenergie . . . . .	8
2.3.2	Berechnung der mittleren freien Weglänge . . . . .	9
2.3.3	Berechnung der mittleren Stoßzeit . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Fazit</b>	<b>10</b>
<b>A</b>	<b>Abbildungen</b>	<b>10</b>
<b>B</b>	<b>Tabellen</b>	<b>13</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>14</b>

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Triode

Die aus der (meist indirekt) geheizten Kathode mittels Glühemission austretenden Elektronen werden zur Anode hin beschleunigt. Zwischen Anode und Kathode befindet sich ein Gitter, über dessen Spannung sich der Anodenstrom steuern lässt. Normalerweise befindet sich das Gitter nahe an der Kathode und liegt auf leicht niedrigerem Potential, so dass die Anzahl der Elektronen, die durch das Gitter gelangen und zur Anode hin beschleunigt werden, beeinflusst werden kann. Eine solche Triode dient als Verstärker und befindet sich im Vakuum, um Stöße der Elektronen mit Atomen zu verhindern.

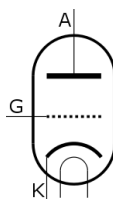


Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Triode

## 1.2 Franck-Hertz-Röhre

Die Franck-Hertz-Röhre ist im Prinzip eine Triode, allerdings befindet sich im Inneren kein Vakuum, sondern sie ist mit einem Gas bei sehr niedrigem Druck gefüllt (in diesem Fall Quecksilber). Der Gasdruck im Inneren der Röhre lässt sich durch

$$\log p = 10,55 - 3333/T - 0,85 \log T \quad (1)$$

berechnen, wobei  $p$  der Druck in Torr und  $T$  die Temperatur in Kelvin ist. Eine Veränderung des Drucks ist daher durch Veränderung der Temperatur leicht möglich.

Ein weiterer Unterschied zur oben beschriebenen Triode ist, dass sich das Gitter nicht nahe der Kathode, sondern nahe der Anode befindet und gegenüber der Kathode auf deutlich höherem Potential liegt, während die Anode auf leicht niedrigerem Potential als das Gitter liegt. Die aus der Kathode austretenden Elektronen werden also zum Gitter hin beschleunigt und haben, sofern sie nicht zuviel Energie durch inelastische Stöße mit den Gasatomen abgegeben haben, noch genug kinetische Energie, um die Anode zu erreichen.

### 1.2.1 Anodenstrom

Man erwartet für den Anodenstrom einen streng monotonen Anstieg mit der Gitterspannung. Das Experiment zeigt jedoch, dass der Anodenstrom in konstanten Abständen Einbrüche aufweist. Dies kommt daher, dass die Elektronen bei Stößen mit den Quecksilberatomen diese anregen können, sobald sie dafür ausreichend kinetische Energie haben (ca. 5 eV). Da das Elektron beim Stoß diese Energie verliert ist es nicht mehr in der Lage, die Anode zu erreichen. Die Einbrüche bei größeren Gitterspannungen entstehen aufgrund entsprechend mehrfach auftretender inelastischer Stöße.

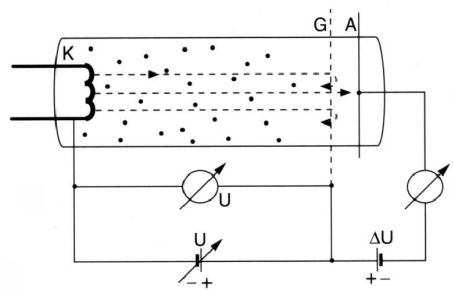


Abbildung 2: Schematischer Aufbau einer Franck-Hertz-Röhre

Da die Quecksilberatome auch einen Teil ihrer eigenen kinetischen Energie zur Anregung beitragen können, wird der Einbruch im Anodenstrom mit steigender Temperatur und damit steigender kinetischer Energie der Atome geringer.

### 1.2.2 Ausgesendetes Licht

Die angeregten Quecksilberatome können sich im Wesentlichen auf zwei Arten abregen: Zum einen durch Stöße mit anderen Atomen, zum anderen durch Emission eines Photons. Die Intensität des von der Franck-Hertz-Röhre ausgesendeten Lichtes hängt daher mit der Anzahl der angeregten Atome zusammen. Diese steigt mit steigender Gitterspannung streng monoton an (im Gegensatz zum Anodenstrom), jedoch wird die Kurve mit jeder neuen Möglichkeit, die Atome anzuregen, steiler. Die Ableitung der Lichtkurve sollte also im Idealfall eine Treppenfunktion sein, deren Treppenstufen die gleichen Abstände wie die Maxima der Anodenstromkurve haben.

### 1.3 Photomultiplier

Zur Messung des von den Atomen ausgesendeten Lichts wird ein Photomultiplier eingesetzt. Ein einfallendes Photon löst aus der Photokathode ein Elektron aus, welches zur ersten Dynode hin beschleunigt wird. Dort werden Sekundärelektronen ausgelöst, die zur nächsten Dynode hin beschleunigt werden, wo sich der Effekt wiederholt. Auf diese Weise erhält man an der letzten Dynode ein bereits vorverstärktes Signal, welches mittels eines ladungsempfindlichen Verstärkers weiter verstärkt und gemessen werden kann.

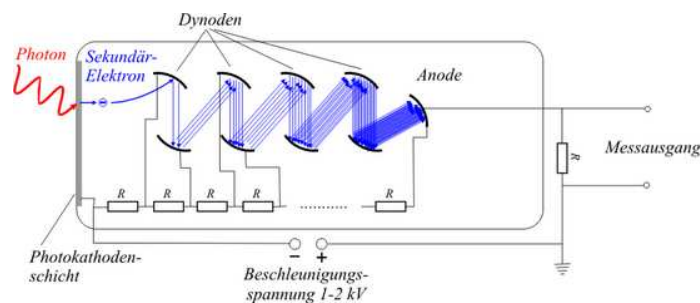


Abbildung 3: Schematischer Aufbau eines Photomultipliers (aus [4])

## 1.4 Mittlere freie Weglänge

Die freie Weglänge der Elektronen kann unter der Annahme, dass sich die Quecksilberatome im Vergleich zur Geschwindigkeit der Elektronen in Ruhe befinden, berechnet werden, indem man den Quotienten aus zurückgelegter Strecke und Anzahl der Stöße bildet:

$$l = \frac{vt}{\sigma \cdot n_V vt} = \frac{1}{\sigma n_V}$$

wobei  $n_V$  die Teilchenzahldichte ist. Mit  $pV = nk_B T$ , wobei  $n$  die Anzahl der Teilchen darstellt, ergibt sich dann

$$l = \frac{k_B T}{\sigma p} \quad (2)$$

Hierbei ist  $p$  der Druck,  $T$  die Temperatur und  $k_B$  die Boltzmann-Konstante. Der Druck lässt sich mit Hilfe der Formel (1) berechnen, der Wirkungsquerschnitt kann aus den Graphen in Abb. 4 bestimmt werden.

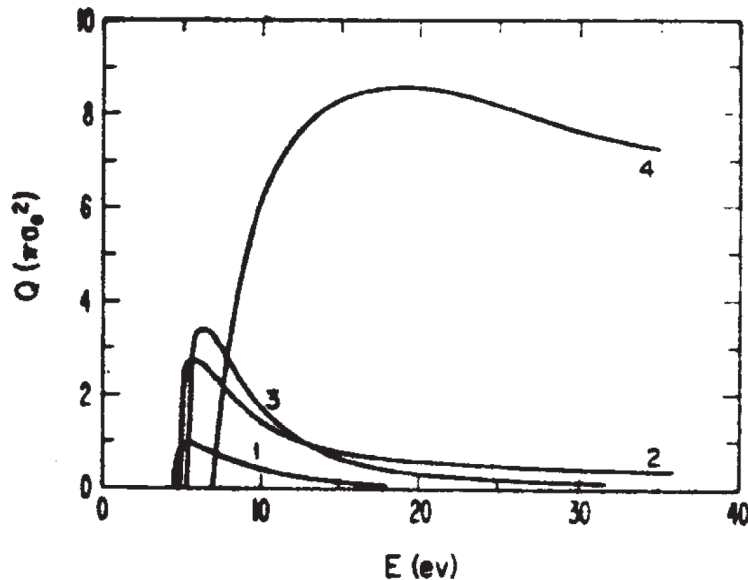


Abbildung 4: Totaler Wirkungsquerschnitt für Elektronenstoßanregung; 1:  $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_0$ , 2:  $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_1$ , 3:  $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_2$ , 4:  $1S_0 \rightarrow 1P_1$  (aus [1])

## 1.5 Mittlere Stoßzeit

Um die mittlere Stoßzeit  $\tau$  der Hg-Atome zu bestimmen, muss zunächst deren mittlere freie Weglänge berechnet werden. Hierzu kann nicht die Gleichung (2) verwendet werden, sondern es muss berücksichtigt werden, dass sich die „Targetatome“ nicht in Ruhe befinden. Für die Relativgeschwindigkeit der Hg-Atome gilt  $v_{\text{rel}} = \sqrt{2}v$ , daher lautet die Formel

$$l = \frac{vt}{\sigma \cdot n_V v_{\text{rel}} t} = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \sigma p} \quad (3)$$

Zu einem Stoß kommt es, wenn sich zwei Atome näher kommen als  $2r_{\text{Hg}}$ . Für den Wirkungsquerschnitt gilt also

$$\sigma = \pi (2r_{\text{Hg}})^2 = 4\pi r_{\text{Hg}}^2 = 6,08 \cdot 10^{-19} \text{ m} \quad (4)$$

Die mittlere Stoßzeit läßt sich dann mittels

$$\tau = \frac{l}{v} \quad (5)$$

berechnen, wobei  $v$  die mittlere Geschwindigkeit der Quecksilberatome ist, welche sich, da die Geschwindigkeiten der Hg-Atome Maxwellverteilt sind, berechnen läßt durch

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{\text{Hg}}}} \quad (6)$$

wobei  $M_{\text{Hg}} = 200,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  die molare Masse von Quecksilber ist.

## 2 Durchführung und Auswertung

### 2.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau zur Anodenstrommessung ist in Abbildung 5 dargestellt. Die Kurven werden durch die Software CassyLab auf dem Computer geplottet. Als  $x$ -Ablenkung wird die Gitterspannung benutzt, als  $y$ -Ablenkung der verstärkte Anodenstrom.

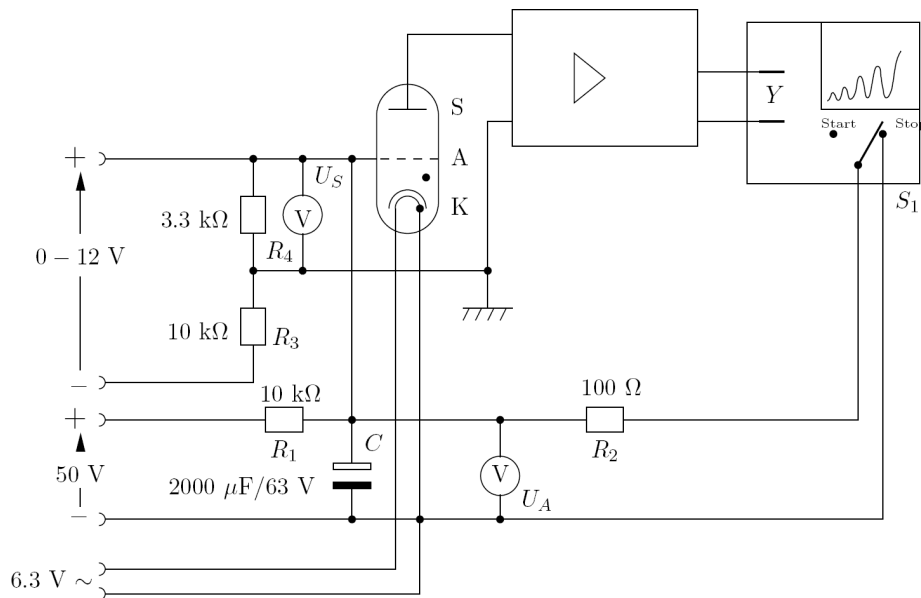


Abbildung 5: Schema des Versuchsaufbaus (aus [1])

Zusätzlich zum Anodenstrom wird die Lichtstromkurve gemessen. Dazu wird ein Photomultiplier benutzt, der vor das Fenster der Franck-Hertz-Röhre gestellt wird. Das Photomultipliersignal wird dann an Stelle des Anodenstromsignals verstärkt und als  $y$ -Ablenkung in

CassyLab benutzt. Man erwartet das emittierte Licht im UV-Bereich, weshalb eine Quartzglaslinse zum Fokussieren verwendet wird und der Photomultiplier einen UV-Interferenzfilter besitzt. Da für den Versuch besonders die Änderung des Anstiegs der Lichtkurve interessant ist, kann ein Differenzierglied zwischen Verstärker und Computer geschaltet werden. Die Temperatur der Franck-Hertz-Röhre kann an einem Thermometer abgelesen werden. Da sich das Thermometer jedoch nicht in der Röhre befindet, nehmen wir einen Fehler von  $\pm 3^\circ\text{C}$  an. Die Gegenspannung kann mit einem Fehler von 0,1 V an einem Unigor-Analogmultimeter abgelesen werden.

## 2.2 Messung

Gemessen werden soll sowohl die Anodenstromkurve als auch die differenzierte Lichtkurve bei verschiedenen Temperaturen und konstanter Gegenspannung. Außerdem werden die Kurven bei konstanter Temperatur und verschiedenen Gegenspannungen gemessen. Aus den Kurven soll dann die Anregungsenergie der Quecksilber-Resonanzlinie ermittelt werden.

### 2.2.1 Temperaturabhängigkeit des Anodenstroms

Wir haben den Anodenstrom bei fünf verschiedenen Temperaturen und einer konstanten Gegenspannung von  $U_G = 1\text{ V}$  gemessen. Die Kurven sind in Abbildung 6 zu sehen.

Man erkennt deutlich, dass die Extrema bei höheren Temperaturen deutlich weniger ausgeprägt und bei  $204^\circ$  sogar nicht mehr erkennbar sind. Das erklärt sich dadurch, dass bei hohen Temperaturen die Geschwindigkeitsverteilung der Quecksilberatome nicht mehr vernachlässigt werden kann und ein Teil der nötigen Anregungsenergie aus der kinetischen Energie der Atome kommen kann.

Da bei hohen Temperaturen der Druck größer ist (vgl. (1)), wird auch die Stoßwahrscheinlichkeit der Elektronen größer, weshalb die Kurve niedriger liegt.

### 2.2.2 Abhängigkeit des Anodenstroms von der Gegenspannung

Abbildung 7 zeigt unsere Messung des Anodenstroms bei vier verschiedenen Gegenspannungen und einer konstanten Temperatur von  $T = 171^\circ\text{C}$ .

Es fällt auf, dass die Position der Extrema gleich bleibt und nur die Amplitude der Kurven mit steigender Gegenspannung sinkt. Dies erwartet man auch, da bei höherer Gegenspannung weniger Elektronen die Anode erreichen.

### 2.2.3 Die Lichtstromkurven

In Abbildung 8 sind die mit dem Photomultiplier gemessenen Lichtstromkurven für zwei unterschiedliche Temperaturen dargestellt. Der Photomultiplier wurde mit einer Hochspannung von ca. 400 V (Netzgerät auf 1230 Skt.) betrieben. Die Lichtkurve überstreicht damit den gesamten Ausgangssignalebene des Verstärkers. Wir erhalten dann eine differenzierte Lichtkurve maximaler Amplitude; bei einer größeren Verstärkung geht die Lichtkurve in den Überlauf und das differenzierte Signal wird dann Null. Die differenzierten Lichtkurven für verschiedene Temperaturen sind in Abbildung 9 dargestellt, während Abbildung 10 die

Kurven für verschiedene Gegenspannungen zeigt. Dass die Kurven bei höheren Temperaturen in Abbildung 9 tiefer liegen, liegt daran, dass mehr Quecksilberatome als Stoßpartner zur Verfügung stehen, die Stoßabregung also wahrscheinlicher ist als bei niedrigen Temperaturen.

Mit einer Glasplatte, die vor den Photomultiplier gehalten wurde, konnte überprüft werden, dass das Licht im UV-Bereich lag.

## 2.3 Auswertung

### 2.3.1 Bestimmung der Anregungsenergie

Um die Anregungsenergie  $E_{\text{exc}}$  für die Quecksilber-Resonanzlinie zu bestimmen, müssen die Abstände der Maxima der Anodenstromkurven bzw. die Abstände der Treppenstufen der differenzierten Lichtkurven bestimmt werden. Um die Genauigkeit zu erhöhen, haben wir die Messung nicht mit Hilfe der Abbildungen aus dem Anhang, sondern am Computer bei erheblich größerem Maßstab durchgeführt. Die Bestimmung der Maxima der Anodenstromkurven war daher relativ genau, die Ergebnisse sowie deren Ablesefehler sind zusammen mit den varianzgewichteten Mittelwerten und deren Fehlern sowie den zugehörigen Wellenlängen  $\lambda = \frac{hc}{E}$  für die einzelnen Kurven in Tabelle 1 angegeben. Als Mittelwert über alle Kurven ergibt sich für die Anregungsenergie

$$\langle E_{\text{exc}} \rangle = \frac{\sum_{\text{Kurven } i} \frac{\langle E_{\text{exc}} \rangle_i}{(\Delta \langle E_{\text{exc}} \rangle_i)^2}}{\sum_{\text{Kurven } i} \frac{1}{(\Delta \langle E_{\text{exc}} \rangle_i)^2}} = (4,73 \pm 0,09) \text{ eV}$$

wobei sich der Fehler mit  $\Delta \langle E_{\text{exc}} \rangle = \sqrt{\frac{N}{\sum_{\text{Kurven } i} \frac{1}{(\Delta \langle E_{\text{exc}} \rangle_i)^2}}}$  berechnen lässt.

Die Bestimmung der Abstände der Treppenstufen der differenzierten Lichtkurven war aufgrund deren suboptimaler Form deutlich ungenauer, lieferte aber ähnliche Werte für die Anregungsenergie. Die Ergebnisse und Mittelwerte für die einzelnen Kurven finden sich in Tabelle 2. Als Mittelwert über alle Kurven erhalten wir  $\langle E_{\text{exc}} \rangle = (4,72 \pm 0,37) \text{ eV}$ .

Die angegebenen Fehler sind statistischer Natur und beinhalten nur die Ablesefehler beim Ausmessen der Kurven. Darüber hinaus gibt es aber noch systematische Fehler, verursacht durch die verwendete Elektronik und die Messgeräte. Da die Spannung in Schritten von 0,005 V vom Computerprogramm angezeigt wurde, wird der Fehler der Spannungsmessung auch in dieser Größenordnung liegen und kann somit vernachlässigt werden. Durch die Elektronik (z.B. Verstärker) verursachte Fehler sollten auf dem gesamten Messbereich in etwa konstant sein, diese beeinflussen die Differenz der Spannungen also nur unwesentlich und können daher auch vernachlässigt werden. Wir können daher den statistischen Fehler als den Gesamtfehler annehmen.

Die gemessene Anregungsenergie liegt sowohl bei der Anodenstrom- als auch bei der Lichtstrommessung wie erwartet zwischen der Energie des  $^3\text{P}_0$ -Niveaus (4,67 eV) und des  $^3\text{P}_1$ -Niveaus (4,89 eV).

### 2.3.2 Berechnung der mittleren freien Weglänge

Die mittlere freie Weglänge  $l$  der Elektronen für die Anregung der Triplett P-Niveaus des Quecksilbers kann mit Gleichung (2) berechnet werden. Bei einer Temperatur von  $171\text{ °C}$  herrscht in der Franck-Hertz-Röhre nach (1) ein Druck von  $p = 6,243\text{ Torr} = 832,3\text{ Pa}$ , der Wirkungsquerschnitt kann aus Abbildung 4 abgelesen werden. Für  $5\text{ eV}$  Elektronen ergibt sich:

- $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$ :  $\sigma = (1,0 \pm 0,2) \pi a_0^2$
- $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_1$ :  $\sigma = (2,3 \pm 0,2) \pi a_0^2$
- Das  $^3\text{P}_2$ -Niveau kann von  $5\text{ eV}$  Elektronen nicht angeregt werden.

Für den gesamten Wirkungsquerschnitt ergibt sich also  $\sigma_{\text{ges}} = (3,3 \pm 0,3) \pi a_0^2$

$$\Rightarrow l = \frac{k_B T}{\sigma p} = (2,54 \pm 0,22) \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (\text{Fehlerfortpflanzung nach Gauß})$$

### 2.3.3 Berechnung der mittleren Stoßzeit

Die mittlere Stoßzeit zwischen zwei Quecksilberatomen kann wie in Abschnitt 1.5 beschrieben berechnet werden. Bei  $171\text{ °C}$  ergibt sich für die mittlere freie Weglänge der Quecksilberatome:

$$l = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \sigma p} = 8,57 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Für die mittlere Geschwindigkeit der Quecksilberatome ergibt sich  $v = 216,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , daraus folgt eine mittlere Stoßzeit von  $\tau = 40\text{ ns}$ . Die ist deutlich kürzer als die mittlere Lebensdauer des  $^3\text{P}_1$ -Niveaus ( $117\text{ ns}$ ), es regt sich also nur ein kleiner Teil der Atome durch Aussendung eines Photons ab.

### 3 Fazit

Dieser Versuch zeigt sehr schön die Quantisierung der Energieniveaus der Atome direkt in der Messkurve. Außerdem wird eine Verbindung zwischen der Mechanik (Stöße) und der Optik (Lichtstrom) bzw. Elektrodynamik (Anodenstrom) hergestellt.

Unsere Messung verlief, abgesehen von einem defekten Verstärker, recht unproblematisch. Auch ist die von uns ermittelte Anregungsenergie mit dem Literaturwert vereinbar, weshalb der Versuch als Erfolg gesehen werden kann.

### A Abbildungen

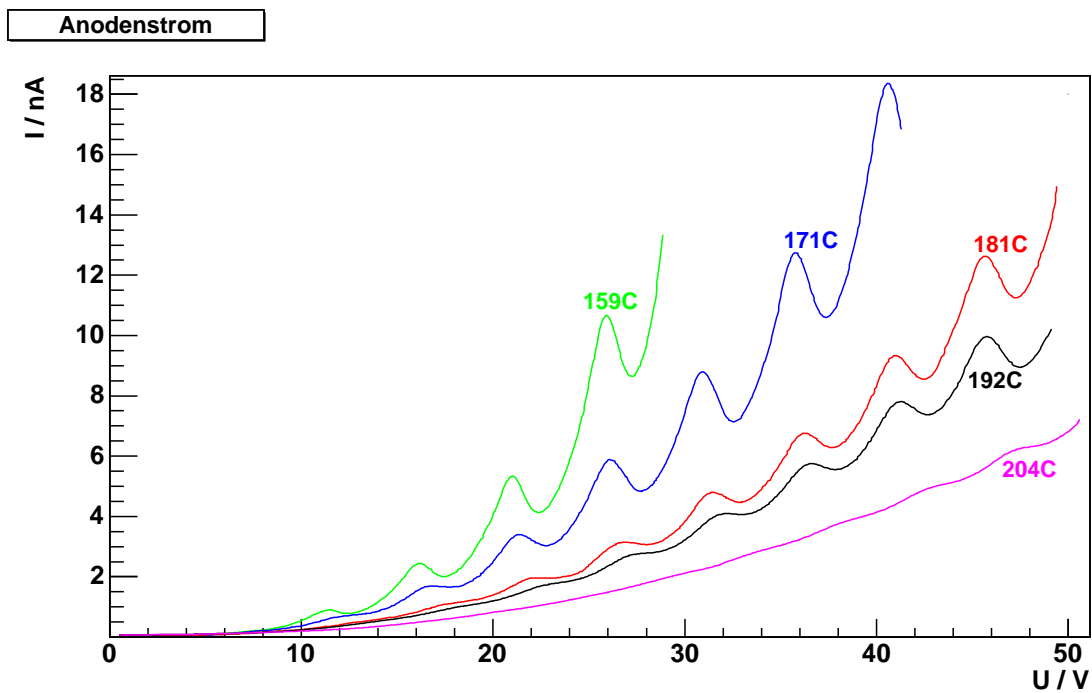


Abbildung 6: Anodenstromkurven bei  $U_G = 1$  V und unterschiedlichen Temperaturen

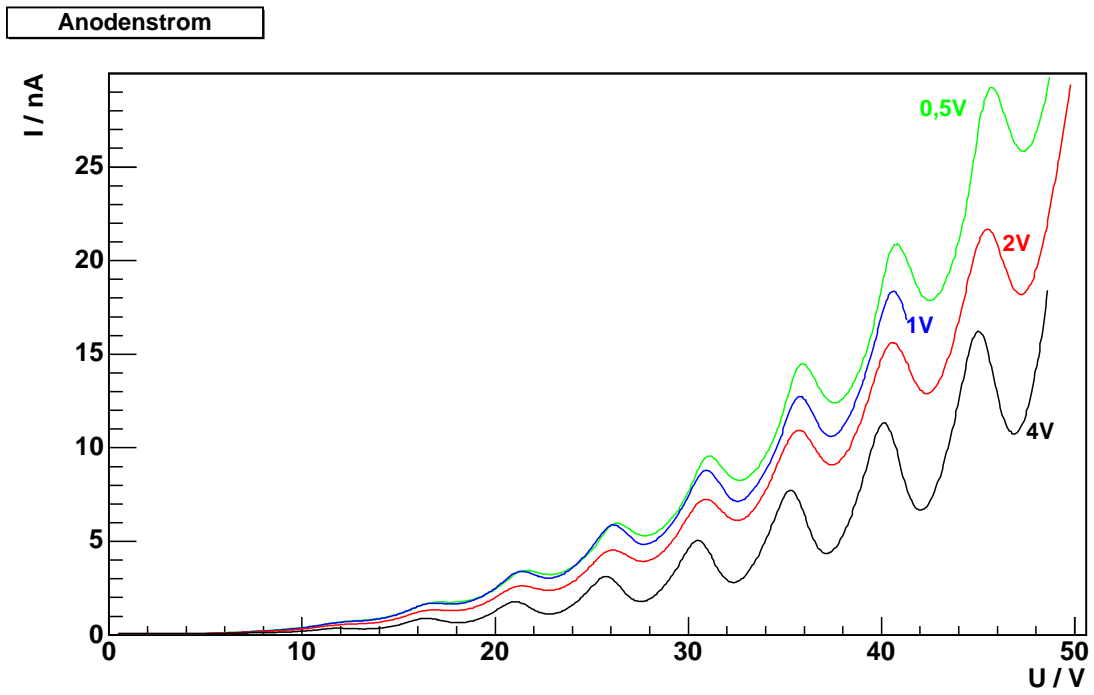


Abbildung 7: Anodenstromkurven bei 171 °C und unterschiedlichen Gegenspannungen

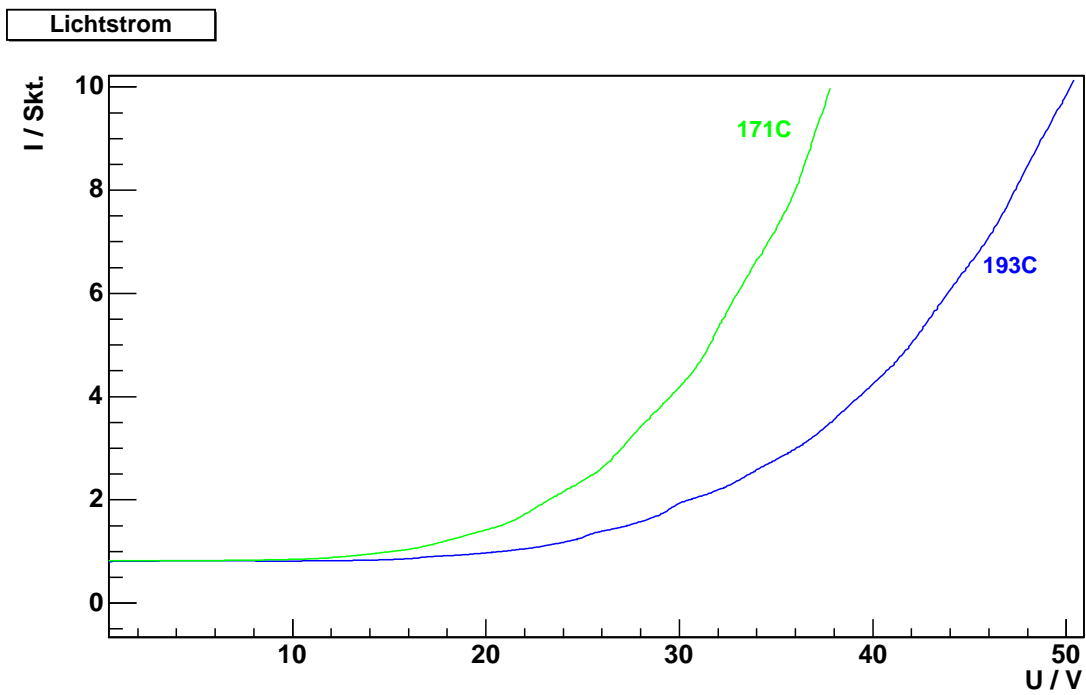


Abbildung 8: Lichtstromkurven bei  $U_G = 1 \text{ V}$  und unterschiedlichen Temperaturen

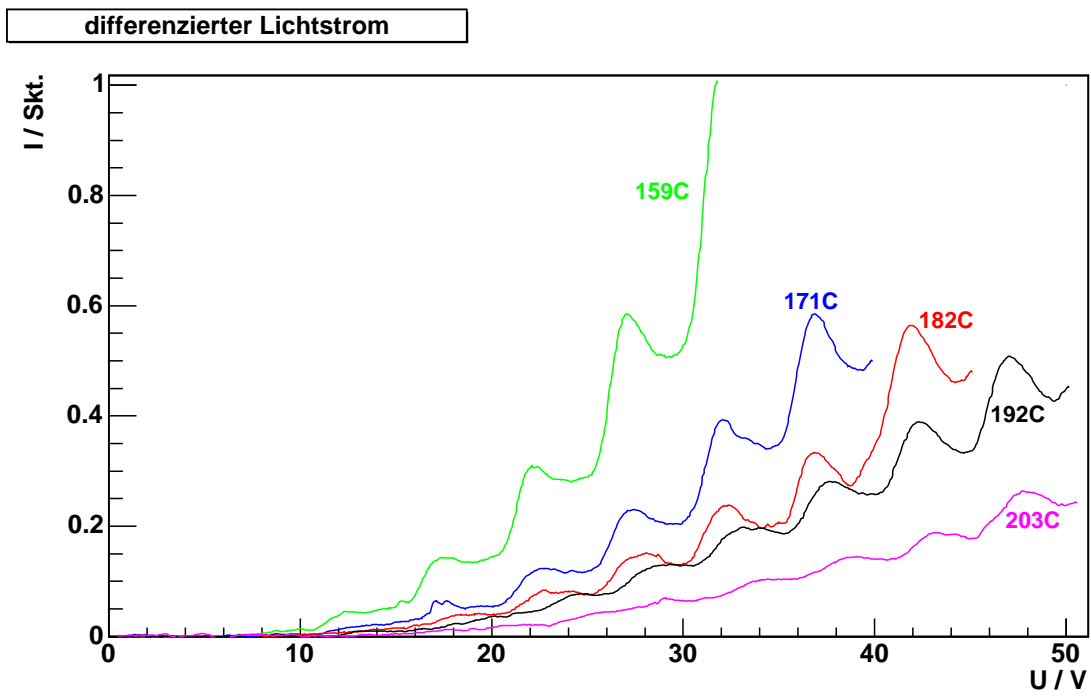


Abbildung 9: differenzierte Lichtstromkurven bei  $U_G = 1 \text{ V}$  und untersch. Temperaturen

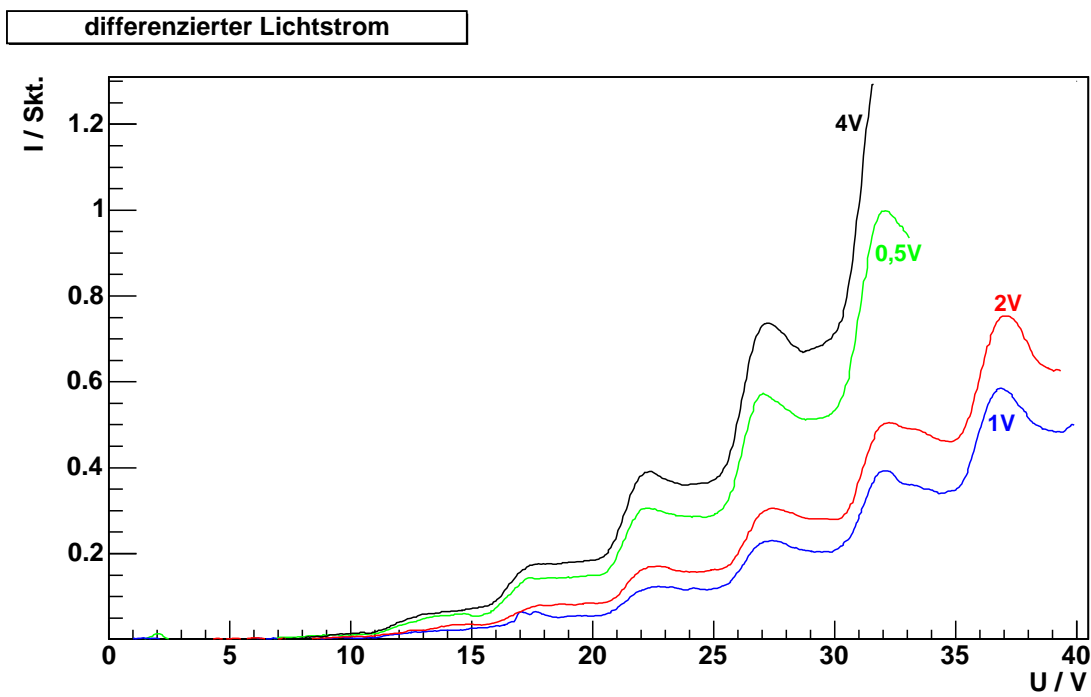


Abbildung 10: differenzierte Lichtstromkurven bei  $171 \text{ }^\circ\text{C}$  und untersch. Gegenspannungen

## B Tabellen

$\frac{T}{\text{°C}}$	$\frac{U}{\text{V}}$	$\frac{\Delta U}{\text{V}}$	$\frac{E_{\text{exc}}}{\text{eV}}$	$\frac{\Delta E_{\text{exc}}}{\text{eV}}$	$\frac{\langle E_{\text{exc}} \rangle}{\text{eV}}$	$\frac{\Delta \langle E_{\text{exc}} \rangle}{\text{eV}}$	$\frac{\lambda}{\text{nm}}$	$\frac{\Delta \lambda}{\text{nm}}$
159	11,50	0,05	4,70	0,07	4,80	0,07	258	4
	16,20	0,05	4,85	0,07				
	21,05	0,05	4,85	0,07				
	25,90	0,05						
171	16,90	0,15	4,50	0,18	4,80	0,09	258	5
	21,40	0,10	4,70	0,14				
	26,10	0,10	4,85	0,11				
	30,95	0,05	4,85	0,07				
	35,80	0,05	4,80	0,07				
	40,60	0,05						
181	22,40	0,25	4,5	0,29	4,70	0,12	264	6
	26,90	0,15	4,55	0,18				
	31,45	0,1	4,85	0,14				
	36,30	0,1	4,7	0,11				
	41,00	0,05	4,7	0,07				
	45,70	0,05						
192	32,20	0,15	4,45	0,18	4,53	0,10	273	6
	36,65	0,10	4,65	0,11				
	41,30	0,05	4,50	0,07				
	45,80	0,05						

Tabelle 1: Maxima der Anodenstromkurven

$\frac{T}{\text{°C}}$	$\frac{U}{\text{V}}$	$\frac{\Delta U}{\text{V}}$	$\frac{E_{\text{exc}}}{\text{eV}}$	$\frac{\Delta E_{\text{exc}}}{\text{eV}}$	$\frac{\langle E_{\text{exc}} \rangle}{\text{eV}}$	$\frac{\Delta \langle E_{\text{exc}} \rangle}{\text{eV}}$	$\frac{\lambda}{\text{nm}}$	$\frac{\Delta \lambda}{\text{nm}}$
159	17,20	0,25	4,70	0,35	4,80	0,35	258	19
	21,90	0,25	4,90	0,35				
	26,80	0,25						
171	22,40	0,25	4,90	0,35	4,77	0,35	260	19
	27,30	0,25	4,70	0,35				
	32,00	0,25	4,70	0,35				
	36,70	0,25						
182	22,60	0,40	5,10	0,53	4,78	0,40	260	22
	27,70	0,35	4,50	0,43				
	32,20	0,25	4,50	0,35				
	36,70	0,25	5,10	0,35				
	41,80	0,25						
192	24,60	0,30	4,00	0,42	4,49	0,40	276	25
	28,60	0,30	4,50	0,42				
	33,10	0,30	4,40	0,39				
	37,50	0,25	4,70	0,35				
	42,20	0,25	4,70	0,35				
	46,90	0,25						

Tabelle 2: Treppenstufen der differenzierten Lichtstromkurven

## Literatur

- [1] Versuchsbeschreibungen *Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene Teil I*
- [2] *Ergänzende Informationen zur Versuchsdurchführung*
- [3] H. Haken, H. C. Wolf: *Atom- und Quantenphysik*, Springer Verlag, 2003
- [4] <http://de.wikipedia.org>